



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

DAVI FERREIRA DE LIMA SILVA

**CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL COMO UMA EQUAÇÃO DE
HERMITE**

PAU DOS FERROS – RN

2019

DAVI FERREIRA DE LIMA SILVA

**CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL COMO UMA EQUAÇÃO DE
HERMITE**

Monografia apresentada à Banca Examinadora do Curso Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal Rural do Semi-Árido em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Otávio Paulino Lavor
(UFERSA – Centro Multidisciplinar de Pau dos Ferros)

PAU DOS FERROS – RN

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S581c Silva, Davi Ferreira de Lima .
CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL COMO UMA
EQUAÇÃO DE HERMITE / Davi Ferreira de Lima
Silva. - 2019.
24 f. : il.

Orientador: Otávio Paulino Lavor.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e
Tecnologia, 2019.

1. Circuito RLC. 2. Resistência variável . 3.
Equações diferenciais . 4. Equação de Hermite . I.
Lavor, Otávio Paulino , orient. II. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS

**CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL COMO UMA EQUAÇÃO DE
HERMITE**

DAVI FERREIRA DE LIMA SILVA

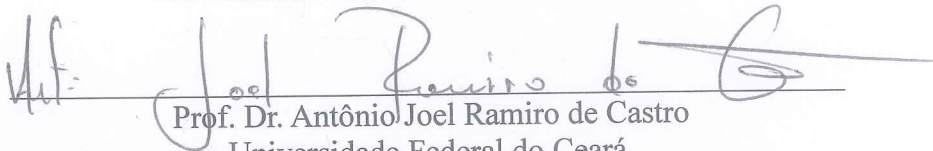
Monografia apresentada à Banca Examinadora do Curso Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal Rural do Semiárido em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Ciência e Tecnologia.

APROVADA EM: 13 / 07 / 2019

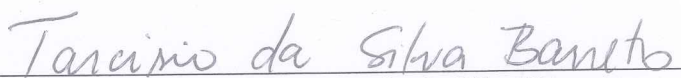
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Otávio Paulino Lavor
Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Prof. Dr. Antônio Joel Ramiro de Castro
Universidade Federal do Ceará



Prof. Me. Tarcísio da Silva Barreto
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

*Dedico este trabalho aos meus pais por todo
amor e incentivo, acreditando sempre no meu
melhor.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todo o seu cuidado para comigo e pela oportunidade que me concedeu de concluir a primeira graduação.

Agradeço aos meus pais Robenilson Ferreira da Silva e Joanele Kennde de Lima Silva por todo apoio, incentivo e cuidado durante toda a jornada acadêmica, também por todos os ensinamentos necessários para a formação do meu caráter.

Agradeço ao meu irmão Lucas Mateus de Lima Silva por todo apoio e incentivo dado, por servir de exemplo e inspiração, e por todas as palavras de ânimo.

Agradeço a todos os amigos que participaram, de forma direta, dessa trajetória, em especial a Lucas Almeida, Marley Franco, Murilo Carvalho, Pedro Ivan, Eduardo Duarte, Antônio Arthur, Pablo Roberto, William Vieira, Wid Fernandes, Jonas Micael e Fagner Dantas.

Agradeço aos amigos que considero irmãos, Eliakim Melque e Luan Barreto, por todo apoio e incentivo dado, por todas as conversas e conselhos, e por toda lealdade.

Agradeço a Emilly Oliveira por todo apoio e incentivo dado, por toda compreensão e companheirismo.

Agradeço profundamente ao professor Otávio Paulino Lavor por ter sido um exemplo de vida na qual nunca deixarei de imitar, por me conceder o privilégio de ser seu orientando, por todo incentivo dado, pelo exemplo de superação, honestidade e caráter.

Agradeço a todos os professores, que contribuíram para a minha formação.

Não há absolutamente ninguém compatível a ti,
ó senhor; tu és grande, e grande é o poder do teu
nome

Jeremias 10:6

RESUMO

Tendo em vista a grande importância dos circuitos elétricos no cotidiano, o amplo campo de aplicações dos mesmos, é de extrema importância o estudo destes. Com a intenção de prever como os circuitos se comportam em seus componentes, se torna imprescindível a tentativa de aproximar cada vez mais a teoria para o mundo real. É importante lembrar que a maioria dos fenômenos naturais são mostrados a partir de modelagens matemáticas, assim como nos circuitos elétricos. Boa parte desses fenômenos podem ser expressos na forma de uma equação diferencial. Com o intuito de desenvolver uma equação que demonstre como o circuito RLC se comporta em situações reais, foi adotado para o mesmo, diferente do que a maioria das literaturas trazem, uma resistência variável, que varia linearmente com o tempo. Para tornar possível a solução do problema, a equação do circuito foi modelada até ser expressa pela equação de Hermite. Após tal modelagens, conhecendo a solução da equação de Hermite, chegou-se na solução do circuito RLC com resistência variável.

Palavras-chave: Circuito RLC, Equações diferenciais, Equação de Hermite, Resistência variável.

ABSTRACT

Given the great importance of electrical circuits in everyday life, the wide field of applications of these, it is extremely important to study these. With the intention of predicting how the circuits behave in their components, it becomes essential to try to approach more and more the theory behind these to the real world. It is important to remember that most natural phenomena are shown from mathematical modeling, just like in electrical circuits. Where much of these phenomena can be expressed in the form of a differential equation. In order to develop an equation that demonstrates how the RLC circuit behaves in real situations, a variable resistance that varies linearly over time has been adopted for it, unlike most literature. To make possible the solution of the equation, the equation of the circuit was modeled until it is expressed by the Hermite equation. After such modeling, knowing the solution of the Hermite equation, we arrived at the solution of the RLC circuit with variable resistance.

Keywords: RLC circuit, Differential equations, Hermite equation, Variable resistance.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 A EQUAÇÃO DE HERMITE	13
2.1 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE HERMITE PELO MÉTODO DE SÉRIES DE POTÊNCIAS	14
2.2 EQUAÇÃO DE HERMITE COMO UMA HIPERGEOMÉTRICA.....	17
3 CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL	19
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	23
REFERÊNCIAS.....	24

1 INTRODUÇÃO

O encadeamento do conhecimento, segundo a filosofia, é motivado pelo sentimento chamado medo. Por medo dos fenômenos naturais o ser humano passou a buscar explicações para os mesmos. Com a filosofia, o homem, buscou entender diversos fenômenos sociais e naturais, entretanto, com o surgimento da ciência foi possível a comprovação de muitos desses. As ciências naturais, por exemplo, através da física e química, explicam de várias formas alguns dos diversos comportamentos do universo. Essas explicações, na maioria das vezes, são comprovadas a partir de modelagens matemáticas, onde as equações diferenciais têm papel fundamental para tal.

Uma concepção histórica das equações diferenciais, retratada pelo Boyce (2006), afirma que o estudo das mesmas se iniciou no século XVII, pelos matemáticos Issac Newton (1642 – 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716). Segundo Nóbrega (2016), no desenvolvimento inicial, alguns matemáticos tiveram destaque, onde se pode citar Newton, Leibniz, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli, Cauchy, Daniel Bernoulli, Euler, Lagrange e Laplace.

Apesar de uma pequena atuação na área das equações diferenciais, Newton forneceu, através do desenvolvimento do cálculo e explanação dos princípios básicos da mecânica, uma base para aplicação das equações diferenciais no século XVIII. Ele classificou as equações diferenciais de primeira ordem, onde desenvolveu uma técnica para resolver a última equação, usando séries infinitas (BOYCE, 2006).

Assim, no fim do século XVIII, muitos métodos de resoluções de equações diferenciais já tinham sido descobertos. Dessa forma, durante o século XIX, procurou-se descobrir métodos menos elementares. A partir do momento que ficou perceptível a grande importância das equações diferenciais em física matemática, as mesmas passaram a serem estudadas, deste modo, muitas funções começaram a frequentemente e foram observadas arduamente. Conhecidas como funções transcendentais, elas levam os nomes de matemáticos como Bessel, Lagrange, Hermite, Hankel, entre outros (NOBREGA, 2016).

Um dos problemas que podem ser manipulados com uma equação diferencial é o circuito RLC. Formado por uma resistência R , um indutor L e uma capacitância C , o funcionamento do circuito é observada com auxílio de uma chave que interliga duas malhas. Como feito com relação aos circuitos RC e RL, Machado (2012) mostra que para montar a equação diferencial que descreve o circuito RLC se considera as quedas de potencial nos elementos de circuito e as utiliza na lei das malhas.

Deste modo, como nem todos os circuitos são iguais, sofrem variações em seus componentes, principalmente a sua resistência. Se faz necessário o estudo de quando a mesma varia, pela importância para a engenharia em observar resultados em corrente e tensões elétricas quando a resistência não é constante nos circuitos RLC, como propõe este trabalho, também pela escassez do estudo desse caso, tendo em vista que a maioria das pesquisas são feitas quando a resistência é constante. Este trabalho tem objetivo de possibilitar o desenvolvimento e aprimoramento dos conhecimentos em sistemas elétricos.

Quando a resistência do sistema varia se torna possível o manipular a fim de deixá-lo na forma de uma equação de Hermite.

2 A EQUAÇÃO DE HERMITE

A teoria quântica de Schrödinger é, segundo Costa (2014), uma equação diferencial, onde sua solução determina a variação da função de onda, que determina o movimento de uma partícula, em função do espaço e do tempo. Como na mecânica clássica, que é governada pela segunda lei de Newton, lei essa considerada a equação do movimento do movimento, na mecânica quântica o análogo a lei de Newton é a equação de Schrödinger para o sistema quântico. Onde, a equação de Hermite surge da equação do oscilador harmônico quântico, quando $2p = (\lambda - 1)$, em que lambida vem do método de separação de variáveis, o método em detalhe pode ser visto em Griffiths (2011) ou em Resnick (1994).

Dessa forma, seja a equação diferencial

$$\frac{d^2w}{dx^2} + (2p + 1 - x^2)w = 0 \quad (1)$$

onde, p é uma constante.

Afim de simplificar a resolução da equação (1), podemos fazer o estudo de quando $|x| \rightarrow \infty$, para que as soluções se aproximem de zero. Dessa forma, quando x for muito grande, a parte $(2p + 1)$ se torna desprezível quando comparada a x^2 . Logo, se fizermos essa substituição na equação (1) nos aproximamos de:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = x^2w$$

Fazendo $w = e^{\frac{\pm x^2}{2}}$, temos

$$\begin{aligned} w'(x) &= \pm x e^{\frac{\pm x^2}{2}} \\ w'(x) &= x^2 e^{\frac{\pm x^2}{2}} \pm e^{\frac{\pm x^2}{2}}. \end{aligned}$$

Mais uma vez para x muito grande podemos concluir que o termo $e^{\frac{\pm x^2}{2}}$ é irrelevante, chegando a

$$w''(x) = x^2 e^{\frac{\pm x^2}{2}} = x^2 w.$$

Com isso, podemos dizer que $w = e^{\frac{\pm x^2}{2}}$ seriam soluções aproximadas da equação (1). Sabendo que $e^{\frac{x^2}{2}}$ não tende a zero na condição $|x| \rightarrow \infty$, consideraremos apenas $e^{\frac{-x^2}{2}}$ como uma solução aproximada da equação (1).

Tentaremos obter a solução exata de (1) usando soluções na forma:

$$w = y(x)e^{\frac{-x^2}{2}}$$

A função de correção $y(x)$ nos assegurara que a solução encontrada é coerente e não mais uma mera aproximação. Levando em consideração isso, temos que:

$$w'(x) = y'e^{\frac{-x^2}{2}} - xy'e^{\frac{-x^2}{2}}$$

$$w''(x) = e^{\frac{-x^2}{2}}(yx^2 - y - 2y'x + y'')$$

substituindo as expressões mostradas na equação (1) temos a seguinte equação diferencial

$$y'' - 2xy' + 2py = 0 \quad (2)$$

2.1 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE HERMITE PELO MÉTODO DE SÉRIES DE POTÊNCIAS

Para a resolução da equação (2), usaremos o método de séries de potência para equações diferenciais em torno do ponto $y_0 = 0$.

Supondo que (2) possua uma solução y da forma:

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (3)$$

posteriormente se tem:

$$y'(x) = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} y''(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} n(n+1) a_{n+1} x^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) a_{n+1} x^{n-1} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n \end{aligned} \quad (5)$$

substituindo (3), (4) e (5) na equação (2), tem-se que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n - 2 \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^n + 2p \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

que pode ser reescrita como

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)a_{n+2}x^n - 2 \sum_{n=0}^{\infty} na_nx^n + 2p \sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n = 0$$

ou ainda

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1)a_{n+2} + (2p-2n)a_n]x^n = 0.$$

Assim, pela igualdade de polinômios, temos:

$$(n+2)(n+1)a_{n+2} + (2p-2n)a_n = 0$$

Deste modo, ao isolar o termo a_{n+2} , é possível encontrar a equação de recorrência da equação de Hermite, logo temos:

$$a_{n+2} = \frac{(2n-2p)}{(n+2)(n+1)} a_n, \quad \forall n \geq 0 \quad (6)$$

Com isso, se torna perceptível que, se adotarmos, para n , valores pares, teremos coeficientes em função de a_0 , em contrapartida se esses números forem ímpares, teremos coeficientes em função de a_1 . Analisemos tal afirmativa para n par,

$$\begin{aligned} n=0 &\Rightarrow a_2 = \frac{-2p}{1.2} a_0 \\ n=2 &\Rightarrow a_4 = \frac{(4-2p)}{4.3} a_2 = \frac{-2p(4-2p)}{4.3.2} a_0 \\ n=4 &\Rightarrow a_6 = \frac{(8-2p)}{6.5} a_4 = \frac{-2p(8-2p)(4-2p)}{6.5.4.3.2} a_0 \\ n=6 &\Rightarrow a_8 = \frac{(12-2p)}{8.7} a_6 = \frac{-2p(12-2p)(8-2p)(4-2p)}{8.7.6.5.4.3.2} a_0 \\ n=8 &\Rightarrow a_{10} = \frac{(16-2p)}{10.9} a_8 = \frac{-2p(16-2p)(12-2p)(8-2p)(4-2p)}{10.9.8.7.6.5.4.3.2} a_0 \end{aligned}$$

Percebamos, que olhando para a parcela a_0 , é possível colocar o número 2 em evidência no termo $(2n-2p)$ e que denominador o denominador segue o fatorial do índice $n+2$, isto é,

$$a_{10} = \frac{2(-p).2(8-p).2(6-p).2(4-p).2(2-p)}{10!} a_0$$

$$a_{10} = \frac{2^5 p(p-8)(p-6)(p-4)(p-2)}{10!} a_0$$

É possível verificar ainda que, o produto $(p-8)(p-6)(p-4)(p-2)$ condiz a uma parcela anterior do índice 10, ou seja,

$$a_{10} = a_{2.5} = \frac{2^5 p(p-8)(p-6)(p-4)(p-2)}{10!} a_0$$

Deste modo, podemos generalizar tais cálculos de modo que se chegue a um resultado satisfatório para qualquer índice par. Logo:

$$a_2 = \frac{-2p}{1.2} a_0 \quad (7)$$

$$a_{2j} = 2^j \frac{a_0}{(2j)!} \prod_{k=1}^{j-1} p(p-2k), \quad \forall i \geq 2 \quad (8)$$

Da mesma forma segue o resultado para os índices ímpares:

$$a_{2i+1} = 2^i \frac{a_0}{(2i+1)!} \prod_{k=1}^j (2k-1-p), \quad \forall i \geq 1 \quad (9)$$

Como mostrado, e dito anteriormente, os fatores com índices pares ficaram em função de a_0 e os com índices ímpares em função de a_1 . Com isso a equação de Hermite (2), terá duas soluções, onde uma terá expoente pares e outra expoentes ímpares, ou seja,

$$y_1(x) = a_0 - \frac{2p}{2!} a_0 x^2 + \frac{4p(p-2)}{4!} a_0 x^4 - \frac{8p(p-2)(p-4)}{6!} a_0 x^6 + \dots$$

$$y_2(x) = a_1 x - \frac{2(p-1)}{3!} a_1 x^3 + \frac{4p(p-1)(p-3)}{5!} a_1 x^5 + \dots$$

Escrevendo-as de forma compacta, tem-se que:

$$y_1(x) = a_0 - \frac{2p}{2!} a_0 x^2 + \sum_{j=2}^{\infty} \left[2^j \frac{a_0}{(2j)!} \prod_{k=1}^{j-1} p(p-2k) \right] x^{2j} \quad (10)$$

$$y_2(x) = a_1 x + \sum_{j=1}^{\infty} \left[2^j \frac{a_1}{(2j+1)!} \prod_{k=1}^j (2k-1-p) \right] x^{2j+1} \quad (11)$$

2.2 EQUAÇÃO DE HERMITE COMO UMA HIPERGEOMÉTRICA

A equação hipergeométrica confluyente é uma variação da equação de Gauss e é escrita como

$$zy'' + (\gamma - z)y + my = 0 \quad (12)$$

A solução da equação (12) é:

$$\mathfrak{C}(m, \gamma; z) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(m)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n)}{\Gamma(\gamma+n)\Gamma(n+1)} z^n \quad (13)$$

O desenvolvimento da mesma, é encontrado no Barata (2018).

Agora, dada a equação de Hermite, é possível encontrar outras soluções e para isso se faz necessária, segundo Machado (2012), algumas substituições. Logo, partindo da equação

$$y'' - 2xy' + 2py = 0$$

podemos definir

$$p = 2m$$

de modo que ficamos com:

$$y'' - 2xy' + 4my = 0 \quad (14)$$

ou, multiplicando todo os termos por x ,

$$xy'' - 2x^2y' + 4mxy = 0.$$

Fazendo uma mudança de variável dada por

$$x = \sqrt{z}$$

Com isso, se faz necessário ainda, para fazer a substituição, encontrar y' e y'' em função da variável z . Sendo assim,

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dz} = \frac{1}{2\sqrt{z}} \frac{dy}{dx} \Rightarrow y' = 2\sqrt{z} \frac{dy}{dz}$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dz^2} &= \frac{1}{2\sqrt{z}} \frac{d}{dz} \left(\frac{dy}{dx} \right) - \frac{1}{4\sqrt{z^3}} \frac{dy}{dx} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{z}} \frac{dx}{dz} \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) - \frac{1}{4\sqrt{z^3}} \frac{dy}{dx} \end{aligned}$$

fazendo as devidas substituições, dos temos já encontrados, y' e $\frac{dx}{dz}$, temos

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{1}{4z} \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{2z} \frac{dy}{dz} \Rightarrow y'' = 4z \frac{d^2y}{dz^2} + 2 \frac{dy}{dz}$$

logo, a equação (14) pode ser escrita como:

$$\sqrt{z} \left(4z \frac{d^2y}{dz^2} + 2 \frac{dy}{dz} \right) - 2z \left(2\sqrt{z} \frac{dy}{dz} \right) + 4m\sqrt{z}y = 0$$

colocando o termo $4\sqrt{z}$ em evidência, temos

$$4\sqrt{z} \left[\left(z \frac{d^2y}{dz^2} + \frac{1}{2} \frac{dy}{dz} \right) - z \left(\frac{dy}{dz} \right) + my \right] = 0$$

ou

$$zy'' + \left(\frac{1}{2} - z \right) y + my = 0$$

Que é hipergeométrica confluyente para $\gamma = \frac{1}{2}$.

Dessa forma, afim de encontrar a solução (2), basta fazer, de forma reversa, o processo de substituição feitos na equação de Hermite, na solução, ou seja, fazemos as substituições $z = x^2$ e $m = \frac{p}{2}$. Assim

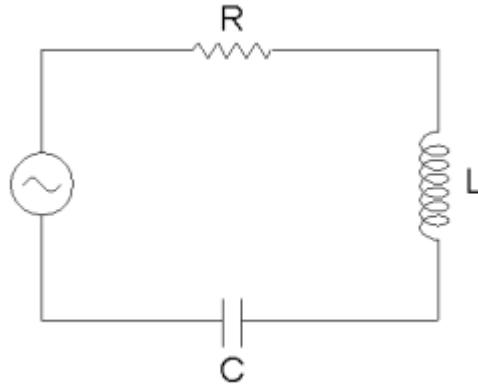
$$\mathfrak{C}(p, x) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{p}{2} + n\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + n\right) \Gamma(n+1)} x^{2n} \quad (15)$$

A equação (15) é outra solução para equação de Hermite.

3 CIRCUITO RLC COM RESISTÊNCIA VARIÁVEL

O circuito RLC é formado por um resistor R , um indutor L e uma capacitor C que estão ligados em série a uma fonte de tensão V , como pode ser visto na figura 1.

Figura 1: Circuito RLC



Fonte: FAP-0214, 2006.

Segundo Machado (2012), para montar a equação diferencial que descreve o circuito RLC, considera-se as quedas de potencial nos elementos de circuito e as utiliza na lei das malhas. Deste modo, temos

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0 \quad (17)$$

dividindo por L e derivando em relação a t ,

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad (18)$$

ou ainda,

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \gamma \frac{di}{dt} + w_0^2 i = 0 \quad (19)$$

onde $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e $\gamma = \frac{R}{L}$.

Reconhecemos a equação diferencial de um oscilador harmônico onde a resistência introduz o amortecimento. O equivalente mecânico corresponderia à massa, ligada a mola, oscilando em um fluido viscoso. Usando a notação complexa para a solução, a mesma se apresenta como

$$i(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos(w_1 t + \varphi) \quad (20)$$

Sabendo que nem todos os circuitos são iguais, sofrem variações em seus componentes, principalmente no tocante a sua resistência, se faz necessário o estudo de quando a mesma varia. Dessa forma, manipularemos a equação do circuito RLC (17) até a transformar em uma equação de Hermite (2), onde a resistência do circuito variará. Assim, dada a equação

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0$$

considerando a resistência como sendo uma função linear, afirma-se que $R = at + b$, logo

$$L \frac{di}{dt} + (at + b)i + \frac{q}{C} = 0 \quad (21)$$

derivando a equação (21) em função de t e sabendo que $q = it$, chegamos a

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + ai + (at + b) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

dividindo todos os termos da equação por L , tem-se

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \left(\frac{at + b}{L}\right) \frac{di}{dt} + \left(\frac{a}{L} + \frac{1}{LC}\right) i = 0 \quad (22)$$

Considerando $\frac{at+b}{L} = -2x$, ou seja, $x = \frac{-at-b}{2L}$ segue que, pela regra da cadeia,

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{di}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{-a}{2L} \frac{di}{dx} \\ \frac{d^2i}{dt^2} &= \frac{d^2i}{dx^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{di}{dx} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a^2}{4L^2} \frac{d^2i}{dx^2} \end{aligned}$$

substituindo na equação (22)

$$\frac{a^2}{4L^2} \frac{d^2i}{dx^2} - 2x \left(-\frac{a}{2L} \frac{di}{dx}\right) + \left(\frac{a}{L} + \frac{1}{LC}\right) i = 0$$

Se $a = -2L$, consequentemente $R = -2Lt + b$, mostrando que, dada uma resistência inicial b , a mesma diminuirá com o passar do tempo, revelando assim a proximidade do problema com a realidade. Dessa forma, fazendo a substituição temos:

$$\frac{d^2i}{dx^2} - 2x \frac{di}{dx} + \left(-2 + \frac{1}{LC}\right) i = 0 \quad (23)$$

Fazendo $p = -1 + \frac{1}{2LC}$, tem-se

$$\frac{d^2i}{dx^2} - 2x \frac{di}{dx} + 2pi = 0 \quad (24)$$

Que é a equação de Hermite já apresentada pela equação (2). Como deduzimos anteriormente, uma das soluções de (2) é

$$i_1(x) = a_0 - \frac{2p}{2!} a_0 x^2 + \sum_{j=2}^{\infty} \left[2^j \frac{a_0}{(2j)!} \prod_{k=1}^{j-1} p(p-2k) \right] x^{2j}$$

$$i_2(x) = a_1 x + \sum_{j=1}^{\infty} \left[2^j \frac{a_0}{(2j+1)!} \prod_{k=1}^j (2k-1-p) \right] x^{2j+1}.$$

Deste modo, afim de encontrar uma das soluções de (22), fazemos a substituição $p = -1 + \frac{1}{2LC}$ na solução apresentada anteriormente, fazendo também $x = \frac{-at-b}{2L}$. Assim

$$i_1(t) = a_0 - \frac{2p}{2!} a_0 \left(\frac{-at-b}{2L} \right)^2$$

$$+ \sum_{j=2}^{\infty} \left[2^j \frac{a_0}{(2j)!} \prod_{k=1}^{j-1} \left(-1 + \frac{1}{2LC} \right) \left(-1 + \frac{1}{2LC} - 2k \right) \right] \left(\frac{-at-b}{2L} \right)^{2j}$$

$$i_2(t) = a_1 \left(\frac{-at-b}{2L} \right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{\infty} \left[2^j \frac{a_0}{(2j+1)!} \prod_{k=1}^j \left(2k-1 - \left(-1 + \frac{1}{2LC} \right) \right) \right] \left(\frac{-at-b}{2L} \right)^{2j+1}$$

Estas são as duas soluções linearmente independentes que fornecem as soluções analíticas da corrente em função do tempo.

Foi mostrado também que uma outra solução para (2) é

$$\mathfrak{C}(p, x) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{p}{2} + n\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + n\right) \Gamma(n+1)} x^{2n}$$

Dessa forma, para encontrarmos outra solução para (24), fazemos a substituição $x = \frac{-at-b}{2L}$ e $p = -1 + \frac{1}{2LC}$. Logo,

$$i(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4LC}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4LC}\right) + n\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + n\right) \Gamma(n+1)} \left(\frac{-at - b}{2L}\right)^{2n}$$

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, com base em todos os tópicos apresentados, percebeu-se a importância das equações diferenciais para a resolução de problemas físicos com características diversas. Quando tratamos do circuito RLC se notou a importância do estudo do mesmo quando a sua resistência varia na área das engenharias, assim como para o cotidiano, além mostrar sua importância no campo da ciência, tendo em vista que a maioria dos estudos apresentados abordam um circuito com resistência constante. Onde através da equação de Hermite e da sua solução, chegou-se a uma resposta para a expressão do circuito RLC com resistência não constante. Mostrando assim que o conhecimento na área das equações diferenciais é de extrema importância em diversas áreas da ciência, tornando possível e mais simples a solução de diversos problemas.

REFERÊNCIAS

BARATA, João Carlos Alves. **Curso de Física -Matemática**. Departamento de Física-Matemática da Universidade de São Paulo, Versão de 2017, v.17,

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

GOUVEIA, Tiago da Costa. **Polinômios de Hermite: Uma Aplicação na Mecânica Quântica**. 2014. 33 f. TCC - Curso de Licenciatura Plena em Matemática, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2014.

GRIFFITHS, David J. **Mecânica quântica**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

MACHADO, Kleber Daum. **Equações diferenciais aplicadas**. Ponta Grossa: TODAPALAVRA Editora, 2012. 751 p.

NÓBREGA, Danielle Dantas. **Equações diferenciais ordinárias e algumas aplicações**. 2016. 49 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó - Rn, 2016. Disponível em: http://monografias.ufrn.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2777/6/Equa%C3%A7%C3%B5es%20diferenciais%20ordin%C3%A1rias%20e%20algumas%20aplica%C3%A7%C3%B5es_Monogr%C3%A1fia_N%C3%B3brega.pdf. Acesso em: 10 jun. 2019.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física básica Eletromagnetismo**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher. 1997.

RESNICK, Robert; EISBERG, Robert. **Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. Rio de Janeiro: Campus Ltda, 1979.

ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. **Equações diferenciais**. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, c2001. 2 v. ISBN 8534612919 (v.1).

0214, Fap -. **Circuito RLC série**. 2009. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/239561/mod_resource/content/1/RLC_caos.pdf. Acesso em: 25 jun. 2019.