



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
CENTRO DE ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MATEUS HENRIQUE AMORIM MEDEIROS MELO

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS A
PROBLEMAS PROPOSTOS COM LINHAS DE TRANSMISSÃO E ANTENAS**

MOSSORÓ, RN

2020

MATEUS HENRIQUE AMORIM MEDEIROS MELO

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS A
PROBLEMAS PROPOSTOS COM LINHAS DE TRANSMISSÃO E ANTENAS**

Projeto de Engenharia Elétrica apresentado ao
Centro de Engenharias da Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA para
a obtenção do título de engenheiro eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Idalmir de Souza
Queiroz Júnior – UFERSA.

MOSSORÓ, RN

2020

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Ma Melo, Mateus Henrique Amorim Medeiros.
 Aplicação de técnicas de casamento de
 impedâncias a problemas propostos com linhas de
 transmissão e antenas / Mateus Henrique Amorim
 Medeiros Melo. - 2020.
 71 f. : il.

 Orientador: Idalmir de Souza Queiroz Júnior.
 Monografia (graduação) - Universidade Federal
 Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia
 Elétrica, 2020.

 1. Linhas de transmissão. 2. Antenas. 3.
 Casamento de impedâncias. I. Queiroz Júnior,
 Idalmir de Souza, orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

MATEUS HENRIQUE AMORIM MEDEIROS MELO

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS A
PROBLEMAS PROPOSTOS COM LINHAS DE TRANSMISSÃO E ANTENAS**

Projeto de Engenharia Elétrica apresentado ao
Centro de Engenharias da Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA para
a obtenção do título de engenheiro eletricitista.

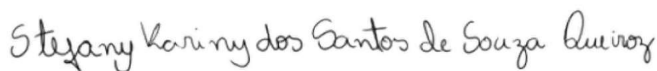
Orientador: Prof. Dr. Idalmir de Souza
Queiroz Júnior – UFERSA.

Aprovado em: 08 / 12 / 2020

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Idalmir de Souza Queiroz Júnior – UFERSA
Presidente



Eng. Stefany Kariny dos Santos de Souza Queiroz
Primeiro Membro



Eng. Lucas Oliveira de Azevedo
Segundo Membro

AGRADECIMENTOS

A Deus que em sua infinita bondade nos dá a oportunidade de viver a sua lei de amor, nos permitindo a eterna evolução e aprendizado constante.

À minha família, por todo apoio, oração e amor recebido. É um privilégio gigantesco fazer parte dela. O mérito dessa graduação é de nós todos.

Ao professor Idalmir por ter prontamente me acolhido como orientando deste projeto e também do estágio obrigatório nesse período pandêmico, pela contribuição fundamental na construção do tema e por toda paciência e rapidez em responder minhas dúvidas.

Aos engenheiros Lucas e Stefany pela dedicação e pela disponibilidade oferecida ao participarem da banca avaliadora.

A Isael pela oportunidade do estágio e por toda a paciência conferida nele. Foi, com certeza, a melhor forma de iniciar minha atuação profissional.

A todos os amigos encarnados e desencarnados que me ajudaram e, por vezes, me carregaram ao longo desse desafio de chegar ao fim do curso. Guardo no coração todas as contribuições.

E a Érica, companheira em toda a longa caminhada da minha graduação, pelo carinho, pelo amor, pela ajuda, pelo apoio, pela torcida, pelos incentivos, pelos conselhos, pela atenção e por sua inestimável companhia dividindo a vida ao meu lado.

RESUMO

Na conexão com uma antena, o sinal que se propaga por uma linha de transmissão (LT) é, em alguma parte, refletido na interface que separa esses elementos dependendo da relação das impedâncias da antena e da característica da LT, que determinam os parâmetros do coeficiente de reflexão, potência refletida, razão de onda de tensão estacionária e a impedância de entrada em cada ponto da LT, podendo esses valores serem obtidos através da ferramenta gráfica da carta de Smith. A potência é totalmente transferida da LT para a carga quando o coeficiente de reflexão é nulo, que ocorre quando a impedância característica da LT é igual a de entrada da antena. Nessa condição, LT e antena estão casadas. Para alterar a impedância de entrada da antena e casá-la com a LT, utilizam-se técnicas de casamento de impedâncias, como as que utilizam o transformador de quarto de onda, tocos simples, tocos duplos e circuitos LC. Essas técnicas serão apresentadas e aplicadas em problemas propostos que se utilizam de valores reais de frequência e de impedâncias de LT e de antenas disponíveis na bibliografia sobre o tema. Ao final do projeto, constata-se que se apresentou uma boa fundamentação teórica sobre linhas de transmissão, carta de Smith, casamento de impedâncias e algumas de suas técnicas, bem como foram obtidas soluções satisfatórias para os problemas propostos, que se apresentaram imprecisas quando foi utilizada a ferramenta gráfica. O conteúdo do projeto torna-se um material útil para estudo sobre o tema de casamento de impedâncias.

Palavras chave: Linhas de transmissão. Antenas. Casamento de impedâncias.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Modelagem da linha de transmissão	10
Figura 02 - Linha de transmissão alimentada por fonte	12
Figura 03 - Onda de tensão senoidal e seu período T	13
Figura 04 - Linha de transmissão conectada a uma antena	16
Figura 05 - Onda estacionária e suas amplitudes máxima e mínima	21
Figura 06 - Impedância de entrada a uma distância l da antena	22
Figura 07 - Círculos de r constante na carta de impedâncias	25
Figura 08 - Círculos de x constante na carta de impedâncias	26
Figura 09 - Círculos de g e b constantes na carta de impedâncias	27
Figura 10 - Círculos de s constante	28
Figura 11 - Escalas da periferia da Carta de Smith	29
Figura 12 - Configuração da LT conectando fonte e antena	30
Figura 13 - A conexão de uma rede de casamento de impedâncias a uma antena	31
Figura 14 - Exemplo de gráfico do módulo do coeficiente de reflexão <i>versus</i> frequência	31
Figura 15 - LT casada com uma antena a partir de um transformador de quarto de onda	33
Figura 16 - Impedância de entrada com inserção do transformador de quarto de onda	33
Figura 17 - Inserção de tocos simples em paralelo e em série	36
Figura 18 - Conexão do toco duplo	38
Figura 19 - Conexão da rede de casamento com circuitos LC	39
Figura 20 - Antena log-periódica	42
Figura 21 - Configuração para casamento de LT e antena log-periódica com transformador de quarto de onda	43
Figura 22 - Antena de microfita retangular	43
Figura 23 - Configuração para casamento de LT e antena de microfita retangular com transformador de quarto de onda	44
Figura 24 - Antena Yagi-Uda	44
Figura 25 - Configuração para casamento com tocos simples e duplo	45
Figura 26 - Antena dipolo vertical	46
Figura 27 - Conexão para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC	46
Figura 28 - Antena monopolo vertical	47
Figura 29 - Conexão para casamento da antena monopolo vertical com circuito LC	47
Figura 30 - Solução para casamento com transformador de quarto de onda com a antena log-periódica	48
Figura 31 - Solução para casamento com transformador de quarto de onda com a antena de microfita retangular	49
Figura 32 - Pontos y_A , y_1 e y_1' na carta para casamento com toco simples	50
Figura 33 - Pontos y_1 , y_1' , y_2 , y_2' e p_{CC} e suas posições na escala mais externa da periferia da carta para casamento com toco simples	52
Figura 34 - Soluções para casamento com toco simples e com a antena Yagi-Uda	53
Figura 35 - Admitância normalizada y_A e círculos $y = 1 + jb$ e $y = 1 - jb$ rotacionado em $d = 0,125\lambda$ no sentido da antena para casamento com toco duplo	54

Figura 36 – Pontos p_{CA} , y_1 , y_1' , $y_{TOCO,1}$ e $y_{TOCO,1}'$, além das suas posições na escala mais exterior na periferia da carta para casamento com toco duplo	55
Figura 37 - Pontos y_2 , y_2' , e $y_{TOCO,2}'$ e suas posições na escala mais externa da periferia da carta para casamento com toco duplo.....	56
Figura 38 - Soluções para casamento com toco duplo e com a antena Yagi-Uda.....	57
Figura 39 - Pontos z_A e y_A e o círculo de s constante deles para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC	58
Figura 40 – Círculos $y = 0,5 + jb$ e $r = 1$ na carta de admitâncias, pontos y_A , y_1 e y_1' e deslocamentos de susceptância $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$ para o primeiro elemento do casamento da antena dipolo vertical.....	59
Figura 41 – Pontos y_1 , y_1' , z_1 e z_1' e seu círculo de s constante para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC.....	60
Figura 42 – Círculo $1 + jx$, pontos z_1 e z_1' e deslocamentos x_{serie} e x_{serie}' para o segundo elemento do casamento da antena dipolo vertical	61
Figura 43 - Soluções para casamento da antena dipolo vertical com circuitos LC.....	62
Figura 44 – Pontos z_A , z_1 e z_1' e deslocamentos x_{serie} e x_{serie}' para o primeiro elemento do casamento da antena monopolo vertical com circuito LC.....	63
Figura 45 – Pontos z_1 , z_1' , y_1 e y_1' e seu círculo de s constante para casamento da antena monopolo vertical com circuito LC.....	64
Figura 46 – Pontos y_1 e y_1' e deslocamentos $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$ para segundo elemento do casamento da antena monopolo vertical com circuito LC.....	65
Figura 47 - Soluções para casamento da antena monopolo vertical com circuitos LC	66

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
1.1 OBJETIVOS	9
1.1.1 Objetivo geral.....	9
1.1.2 Objetivos específicos.....	9
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	10
2.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO	10
2.1.1 Impedância característica da linha de transmissão	15
2.1.2 Coeficiente de reflexão	16
2.1.3 Potência refletida e perda de retorno	18
2.1.4 Razão de onda de tensão estacionária	20
2.1.5 Impedância de entrada.....	21
2.2 CARTA DE SMITH.....	23
2.3 CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS.....	30
2.4 TÉCNICAS DE CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS.....	32
2.4.1 Casamento com transformador de quarto de onda.....	32
2.4.2 Casamento com tocos	35
2.4.3 Casamento com circuitos LC.....	39
3 METODOLOGIA.....	42
3.1 CASAMENTO COM TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA	42
3.2 CASAMENTO COM TOCOS	44
3.3 CASAMENTO COM CIRCUITOS LC	46
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	48
4.1 CASAMENTO COM TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA	48
4.2 CASAMENTO COM TOCOS	49
4.2.1 Casamento com teco simples	50
4.2.2 Casamento com teco duplo	53
4.3 CASAMENTO COM CIRCUITOS LC	58
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
REFERÊNCIAS	69
ANEXO A – Carta de Smith completa	71

1 INTRODUÇÃO

Uma onda eletromagnética pode se propagar em um meio de extensão infinita ou em estruturas de guiamento, entre as quais uma linha de transmissão (LT) é um exemplo (SADIKU, 2012, p. 429). A função desta é conectar dois elementos de um circuito, chamados especificamente de fonte e carga, transmitindo energia ou sinais elétricos entre eles. Como exemplo, nesses pontos podem estar uma usina e uma subestação, computadores em uma rede ou um transmissor e uma antena (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 301).

Considera-se essa conexão como fio ideal se essa possui um comprimento desprezível em relação ao comprimento λ da onda que a percorre. Ou seja, admite-se que entre os pontos conectados há um meio condutor que não provoca perdas e que a diferença da fase do sinal ao longo dele é sempre nula (WENTWORTH, 2008, p. 47). Porém, quando essa conexão é suficientemente comprida ou, ainda, a faixa de frequência f de operação da onda é alta – sendo, assim, seu comprimento de onda menor – já não é possível desprezar o atraso e o deslocamento de fase, e então ela é considerada uma linha de transmissão (WENTWORTH, 2008, p. 47). Essa relação de tamanhos define se a análise envolverá a Teoria de Circuitos ou a Teoria de Linhas de Transmissão (POZAR, 2011, p. 48).

Esse atraso faz com que um sinal emitido a partir da fonte não passe a existir de forma instantânea em todos os pontos dela até a carga, que pode ser uma antena. Na verdade, ele se desloca com certa velocidade u e a frente dessa onda vai atingindo cada ponto. Ao atingir a extremidade da linha, encontra uma descontinuidade que poderá refletir alguma parte ou até sua totalidade dependendo do que está conectado (HAYT JR., BUCK, 2013, p. 302-303). Dessa maneira, a onda incidente seria dividida a partir daí em uma fração transmitida e uma refletida. Assim como se deseja minimizar ou anular tal porção refletida na transmissão de potência, também acontece quando a carga se trata de uma antena. As ondas refletidas na interface entre ela e a LT sofrem interferências construtivas e destrutivas com as que incidem no sentido que parte da fonte. Isso resulta nas chamadas ondas estacionárias, que armazenam energia na linha, que deveria ser transportada. Se a intensidade de campo dessa onda estacionária for muito intensa, centelhas podem ocorrer ao longo da LT (BALANIS, 2017, p. 1).

Além disso, a reflexão das ondas contribui para diminuir a eficiência total ϵ_0 da antena e a potência transferida para ela, influenciada ainda pelas perdas de condução e dielétricas ao

longo da linha e na antena devido à natureza inevitavelmente imperfeita dos materiais de cada uma (BALANIS, 2017, p. 37). Essas últimas podem ser evitadas a partir da seleção de linhas de baixas perdas e da redução da resistência de perdas da antena (BALANIS, 2017, p. 1). Portanto, resta solucionar a diminuição das perdas pela reflexão na interface entre LT e antena, para assim aumentar a eficiência total. Para isso, é necessário que haja o casamento de impedâncias da antena com a linha de transmissão.

1.1 OBJETIVOS

Surge, então, o problema a ser solucionado neste projeto, através da execução de um objetivo geral a partir do cumprimento de alguns objetivos específicos.

1.1.1 Objetivo geral

Apresentar os principais parâmetros e técnicas envolvidos no casamento de impedâncias em uma conexão de uma LT com uma antena, aplicando-os em problemas propostos, podendo este projeto ser útil como ferramenta para estudo sobre o tema.

1.1.2 Objetivos específicos

Tal objetivo será atingido se forem cumpridos os objetivos específicos:

- Realizar uma fundamentação teórica para apresentar os principais parâmetros envolvidos na conexão de uma linha de transmissão e uma antena;
- Apresentar a ferramenta gráfica da carta de Smith que facilita a obtenção desses parâmetros dadas as impedâncias da antena e a característica da LT;
- Abordar a condição do casamento de impedâncias na conexão entre antena e LT, suas vantagens e considerações importantes sobre viabilidade;
- Apresentar algumas das técnicas de casamento de impedância, abordando, quando possível, a realização dessas por meio da carta de Smith;
- Aplicar as técnicas de casamento de impedância apresentadas na fundamentação teórica em problemas propostos envolvendo uma linha de transmissão real e impedâncias de antenas reais consultadas em Balanis (2017), detalhando a resolução desses.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O casamento de impedância é uma condição que pode estar presente na configuração de uma linha de transmissão que conecta uma fonte de tensão a uma carga. Neste projeto, a carga será considerada uma antena.

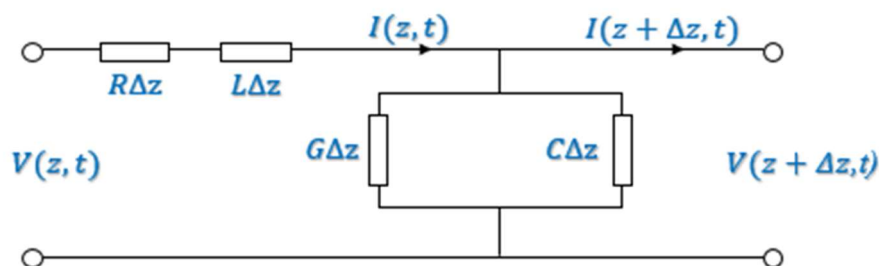
Para a apresentação das técnicas de casamento de impedância, serão utilizados alguns parâmetros que envolvem o sinal transmitido pela fonte, o sinal transmitido na antena e o que é refletido nela (DORNELLES, 2015, p. 11). Para melhor entendimento, esses parâmetros serão descritos inicialmente, bem como serão apresentadas as suas equações e parte da demonstração destas. Em seguida, será apresentada uma ferramenta gráfica – a Carta de Smith – que simplifica o tratamento desses valores.

Então, será abordada a condição do casamento de impedâncias e serão descritos os procedimentos e as equações envolvidos na obtenção desta – destacando o processo que se utiliza do método gráfico da Carta de Smith – nas diferentes técnicas que foram selecionadas neste projeto.

2.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO

O começo da análise da condição do casamento de impedância é feito através da modelagem da linha de transmissão, como mostra a figura 01.

Figura 01 - Modelagem da linha de transmissão



Fonte: autoria própria, 2020

Esse modelo considera uma posição z e seção de comprimento Δz (em metros, m) em um certo instante t (em segundos, s) e os parâmetros de resistência, indutância, condutância e capacitância são considerados distribuídos, ou seja, são medidos em unidade por comprimento. Na entrada da seção, há uma tensão V (em volts, V) e uma corrente I (em

amperes, A), enquanto na saída há uma tensão $V + \Delta V$ (em volts, V) e uma corrente $I + \Delta I$ (em amperes, A). O modelo tem os parâmetros distribuídos de resistência por metro R (em ohms por metro, Ω/m) e indutância por metro L (em henrys por metro, H/m) em série, enquanto tem os parâmetros condutância por metro G (em siemens por metro, S/m) e capacitância por metro C (em farads por metro, F/m) em paralelo (WENTWORTH, 2008, p. 49).

A partir desse modelo, usando-se as leis de Kirchhoff de tensões e de correntes no circuito, pode-se chegar às equações 01 e 02. Elas são chamadas equações telegráficas (HAYT; BUCK, 2013, p. 306).

$$\frac{\partial V}{\partial z} = - \left(RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \right) \quad (01)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = - \left(GV + C \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (02)$$

Derivando parcialmente a equação 01 em relação a z e a equação 02 em relação a t , obtemos as equações 03 e 04.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -R \frac{\partial I}{\partial z} - L \frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} \quad (03)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t} = -G \frac{\partial V}{\partial z} - C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (04)$$

Substituindo as equações telegráficas das equações 01 e 02 nas expressões 03 e 04 e rearranjando os termos, obtemos a equação 05 (HAYT; BUCK, 2013, p. 306).

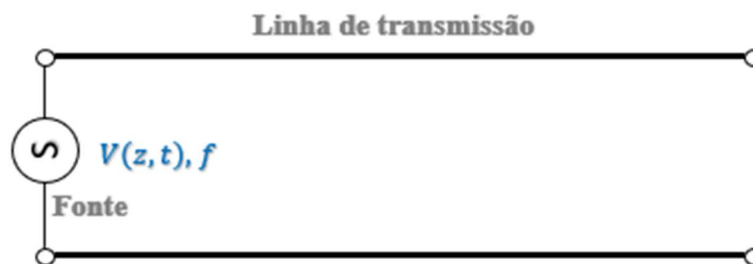
$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial V}{\partial t} + RGV \quad (05)$$

Em processo análogo, deriva-se a equação 01 em relação a t e a equação 02 em relação a z , substituindo no resultado obtido as equações telegráficas das equações 01 e 02, podendo-se rearranjar os termos e obter a equação 06 (HAYT; BUCK, 2013, p. 306-307).

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial I}{\partial t} + RGI \quad (06)$$

As equações 05 e 06 são denominadas equações de onda gerais. Além da LT modelada dessa forma, há na configuração uma fonte de tensão, mostrada na figura 02, a qual será considerada como geradora de uma tensão V na forma de uma onda senoidal nas equações, afinal qualquer sinal gerado pode ser decomposto em uma somatório de senoides (HAYT; BUCK, 2013, p. 310).

Figura 02 - Linha de transmissão alimentada por fonte



Fonte: autoria própria, 2020

Essa onda senoidal possui uma frequência f (em hertz, s^{-1} ou Hz), que é associada a uma frequência angular ω (em radianos por segundo, rad/s) e um período T (em segundos, s) nas equações 07 e 08 (BOYLESTAD, 2012, p. 461).

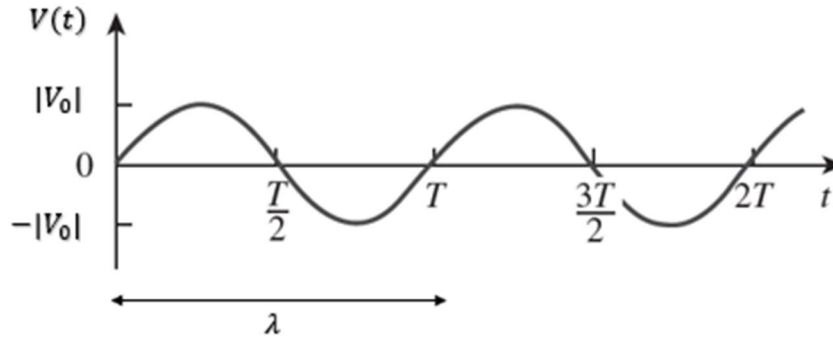
$$\omega = 2\pi f \text{ rad} \quad (07)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ rad} \quad (08)$$

Ela também possui uma amplitude $|V_0|$ (em volts, V) e um comprimento de onda λ (em metros, m). Sua velocidade u (em metros por segundo, m/s) de propagação se relaciona com a frequência e o comprimento de onda (em metros, m) na equação 09 (SADIKU, 2012, p. 434).

$$u = \lambda f \quad (09)$$

A figura 03 exemplifica uma onda senoidal de tensão $V(t)$ em uma posição fixa z com seu período T e seu comprimento de onda λ .

Figura 03 - Onda de tensão senoidal e seu período T 

Fonte: adaptado de ALEXANDER; SADIKU, 2013

O fato de ser uma tensão com uma condição senoidal em regime permanente permite expressar a mesma na forma de fasor de tensão V_S . Na forma fasorial, a multiplicação por $j\omega$ é equivalente ao operador $\partial/\partial t$ em uma grandeza instantânea (SADIKU, 2012, p. 331). Com isso, as expressões 05 e 06 podem ser reescritas na forma das equações 10 e 11 (HAYT; BUCK, 2013, p. 313).

$$\frac{d^2 V_S}{dz^2} = -\omega^2 L C V_S + j\omega(LG + RC)V_S + RGV_S \quad (10)$$

$$\frac{d^2 I_S}{dz^2} = -\omega^2 L C V_S + j\omega(LG + RC)V_S + RGI_S \quad (11)$$

Usando a propriedade distributiva, colocando-se V_S em evidência e rearranjando os termos das equações 10 e 11, obtém-se as equações 12 e 13.

$$\frac{d^2 V_S}{dz^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V_S \quad (12)$$

$$\frac{d^2 I_S}{dz^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)I_S \quad (13)$$

Com as equações 12 e 13, se evidenciam a impedância série equivalente da rede Z e a admitância paralela equivalente da rede Y , que são expressas nas equações 14 e 15.

$$Z = R + j\omega L \quad (14)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (15)$$

Pode-se definir a constante de propagação γ da onda na linha em sua relação com os parâmetros distribuídos na equação 16 (HAYT; BUCK, 2013, p. 314).

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \quad (16)$$

A constante de propagação é um número complexo, cuja parte real α é equivalente ao coeficiente de atenuação da onda (em nepers/m, Np/m), referente ao decréscimo de amplitude ao longo da propagação, e cuja parte imaginária é a constante de defasagem β , que se refere a variação da fase ao longo da propagação (em radianos por metro, rad/m) (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 316).

A constante de defasagem pode ser dada em função do comprimento de onda, como mostra a equação 17 (SADIKU, 2012, p. 434).

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (17)$$

Com a constante de propagação definida, as equações 12 e 13, então, podem ser reescritas na forma das equações 18 e 19 a partir da equação 16.

$$\frac{d^2 V_s}{dz^2} = \gamma^2 V_s \quad (18)$$

$$\frac{d^2 I_s}{dz^2} = \gamma^2 I_s \quad (19)$$

As soluções das equações 18 e 19 são, respectivamente, as equações 20 e 21 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 314).

$$V_s(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \quad (20)$$

$$I_s(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z} \quad (21)$$

As equações 20 e 21 apresentam a forma fasorial das ondas de tensão e corrente com amplitudes complexas V_0^+ , V_0^- , I_0^+ e I_0^- , que possuem cada uma um módulo e uma fase, que são a soma de todas as ondas individuais que se propagam nos dois sentidos (HAYT; BUCK, 2013, p. 329). O sinal de mais representa a propagação no sentido positivo do eixo z e o de

menos, no sentido negativo do eixo z . Pode-se obter as ondas de tensão e corrente na forma instantânea, que são funções do instante t e da posição z , tomando a parte real do produto do fasor pelo fator $e^{j\omega t}$, como mostram as equações 22 e 23 (SADIKU, 2012, p. 434).

$$V(z, t) = \text{Re}[e^{j\omega t} \cdot V_S(z)] \quad (22)$$

$$I(z, t) = \text{Re}[e^{j\omega t} \cdot I_S(z)] \quad (23)$$

Substituindo γ nas equações 20 e 21 pela equação 16, o resultado das equações 22 e 23 são as equações 24 e 25 (SADIKU, 2012, p. 434).

$$V(z, t) = V_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + V_0^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \quad (24)$$

$$I(z, t) = I_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + I_0^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \quad (25)$$

2.1.1 Impedância característica da linha de transmissão

Um parâmetro importante na linha de transmissão é a sua impedância característica. Sua equação pode ser obtida, inicialmente, passando as equações 01 e 02 para a forma fasorial e substituindo nelas as equações 14 e 15. O resultado são as equações 26 e 27.

$$\frac{dV_S}{dz} = -(R + j\omega L)I_S = -ZI_S \quad (26)$$

$$\frac{dI_S}{dz} = -(G + j\omega C)V_S = -YV_S \quad (27)$$

Derivando V_S em relação a z na equação 20, substituindo esse resultado e a equação 21 na equação 26, se obtém a equação 28.

$$\gamma V_0^+ e^{-\gamma z} + \gamma V_0^- e^{\gamma z} = -Z(I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}) \quad (28)$$

Define-se como impedância característica Z_0 (em ohms, Ω) a relação entre as amplitudes de tensão e corrente que se propagam no mesmo sentido. Para obtê-la a partir da equação 28, faz-se nela a comparação e se observa que os coeficientes de $e^{-\gamma z}$ (γV_0^+ e $-ZI_0^+$), bem como os de $e^{\gamma z}$ (γV_0^- e $-ZI_0^-$) devem ser iguais. Portanto, igualando esses termos e

isolando as razões entre V_0^+ e I_0^+ , bem como entre V_0^- e I_0^- , obtém-se a relação entre Z_0 , Z e Y na equação 29 (HAYT; BUCK, 2013, p. 314-315).

$$\frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} = \frac{Z}{Y} = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = Z_0 = |Z_0|e^{j\theta} \quad (29)$$

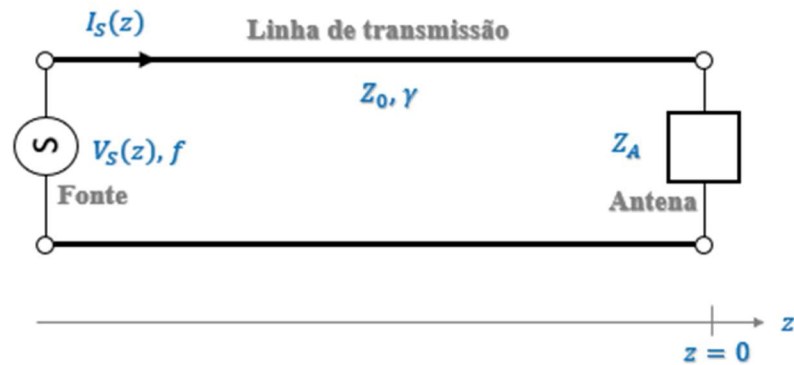
O sinal de menos na relação entre V_0^- e I_0^- se explica por este último apresentar uma amplitude negativa, dado seu sentido, e a impedância característica ser uma relação entre módulos de amplitude. Substituindo as equações 14 e 15 na equação 29, podemos chegar na relação da impedância característica com os parâmetros distribuídos da equação 30.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = |Z_0|e^{j\theta} \quad (30)$$

2.1.2 Coeficiente de reflexão

Na configuração abordada por este projeto, além da linha de transmissão com impedância característica Z_0 , há conectada nesta uma antena de impedância Z_A . Para o fim de facilitar a análise, a posição da antena é considerada em $z = 0$. Assim, os pontos pertencentes a linha estão onde $z < 0$, como mostra a figura 04.

Figura 04 - Linha de transmissão conectada a uma antena



Fonte: autoria própria, 2020

A onda de tensão que possui amplitude V_0^+ se propaga pela linha de transmissão no sentido positivo de z até atingir a antena (WENTWORTH, 2008, p. 65). Ela é chamada de

onda incidente e é expressa na forma fasorial pela equação 31 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 321).

$$V_{is}(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} \quad (31)$$

Já a onda que possui amplitude V_0^- é a que resulta da reflexão de parte da onda incidente (WENTWORTH, 2008, p. 65). Ela é chamada de onda refletida e é expressa na forma fasorial pela equação 32 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 321).

$$V_{rs}(z) = V_0^- e^{-\gamma z} \quad (32)$$

As equações 31 e 32 são originadas da equação 20. Em $z = 0$, a soma das duas tensões corresponde a tensão nos terminais da antena V_A , cuja relação é mostrada na equação 33 (HAYT; BUCK, 2013, p. 321).

$$V_A = V_{is}(0) + (V_{rs}) = V_0^+ e^0 + V_0^- e^0 = V_0^+ + V_0^- \quad (33)$$

Quanto às ondas de corrente, a que incide sobre a carga é a que possui amplitude I_0^+ que se propaga na direção positiva de z . Ela é expressa na forma fasorial na equação 34.

$$I_{is}(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} \quad (34)$$

A onda de corrente que resulta da reflexão na antena é expressa na forma fasorial na equação 35.

$$I_{rs}(z) = I_0^- e^{\gamma z} \quad (35)$$

Em $z = 0$, a razão entre as ondas de tensão $V_S(0)$ e $I_S(0)$ representa a impedância da antena Z_A (em ohms, Ω), como mostra a equação 36 (WENTWORTH, 2008, p. 64).

$$Z_A = \frac{V_S(0)}{I_S(0)} = \frac{V_0^+ e^{-\gamma(0)} + V_0^- e^{\gamma(0)}}{I_0^+ e^{-\gamma(0)} + I_0^- e^{\gamma(0)}} = \frac{V_0^+ + V_0^-}{I_0^+ + I_0^-} \quad (36)$$

A equação 36 pode ainda ser rearranjada, a partir da substituição da equação 29, obtendo-se a equação 37.

$$Z_A = Z_0 \left(\frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-} \right) \quad (37)$$

Rearranjando a equação 37, pode-se isolar a razão entre as ondas de tensão refletida (V_0^-) e incidente (V_0^+), que é o que se define como coeficiente de reflexão Γ (adimensional), que representa o fenômeno de reflexão que ocorre na descontinuidade – a extremidade da linha onde está conectada a antena (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 321). O resultado é a equação 38.

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_A}{Z_L + Z_A} = |\Gamma|e^{j\phi_r} = \Gamma_{real} + j\Gamma_{imag} \quad (38)$$

A partir da equação 38, pode-se concluir que a amplitude da onda de tensão refletida V_0^- dependerá da razão entre as impedâncias da antena e característica da LT. Um cenário destacável é quando $Z_A = Z_0$, que resulta em um coeficiente de reflexão nulo, que por sua vez anula a onda de tensão refletida.

2.1.3 Potência refletida e perda de retorno

A potência que a onda de tensão carrega é expressa pela equação 39 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 319).

$$P = \frac{1}{2} \text{Re}\{V_S \cdot I_S^*\} \quad (39)$$

Dessa forma, a potência da onda incidente P_i é obtida na equação 40 a partir das equações 29, 31, 34 e 39. Ela é medida após se propagar por toda a linha de transmissão com comprimento $\Delta z = l_{LT}$ (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 322).

$$\begin{aligned}
P_i &= \frac{1}{2} \text{Re}\{V_{is}(I_{is})^*\} \\
P_i &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{V_0^+ e^{-\alpha\Delta z} e^{-j\beta\Delta z} \cdot \left(\frac{V_0^+}{Z_0}\right)^* e^{-\alpha\Delta z} e^{j\beta\Delta z}\right\} \\
P_i &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{V_0^+ \cdot \frac{(V_0^+)^*}{|Z_0| e^{-j\theta}} e^{-2\alpha l_{LT}}\right\} \\
P_i &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{\frac{|V_0|^2}{|Z_0|} e^{-2\alpha l_{LT}} e^{j\theta}\right\} = \frac{1}{2} \frac{|V_0|^2}{|Z_0|} e^{-2\alpha l_{LT}} \cos\theta \quad (40)
\end{aligned}$$

Já a potência da onda refletida é obtida de maneira análoga na equação 41, utilizando as equações 29, 32, 35 e 38.

$$\begin{aligned}
P_r &= \frac{1}{2} \text{Re}\{V_{rs}(I_{rs})^*\} \\
P_r &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{V_0^- e^{-\alpha\Delta z} e^{-j\beta\Delta z} \cdot \left(\frac{V_0^-}{Z_0}\right)^* e^{-\alpha\Delta z} e^{j\beta\Delta z}\right\} \\
P_r &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{\Gamma V_0^+ \cdot \frac{(\Gamma V_0^+)^*}{|Z_0| e^{-j\theta}} e^{-2\alpha l_{LT}}\right\} \\
P_r &= \frac{1}{2} \text{Re}\left\{\frac{|\Gamma|^2 |V_0|^2}{|Z_0|} e^{-2\alpha l_{LT}} e^{j\theta}\right\} \\
P_r &= \frac{1}{2} \frac{|\Gamma|^2 |V_0|^2}{|Z_0|} e^{-2\alpha l_{LT}} \cos\theta \quad (41)
\end{aligned}$$

Como a potência da onda que incide P_i é a soma da potência que é refletida P_r e a que é transferida P_t para a antena, ela pode ser expressa na forma da equação 42.

$$P_i = P_t + P_r \quad (42)$$

Assim, a partir das equações 40, 41 e 42, obtém-se a equação 43 que expressa a fração de potência transferida a partir da incidente.

$$\frac{P_t}{P_i} = \frac{P_i - P_r}{P_i} = 1 - \frac{P_r}{P_i} = 1 - |\Gamma|^2 \quad (43)$$

A razão entre a potência refletida e a potência incidente é denominada perda de retorno e geralmente é expressa em decibéis (dB), como mostra a equação 44 (DORNELLES, 2015, p. 11).

$$PR(dB) = 10 \log \left(\frac{P_r}{P_i} \right) \quad (44)$$

Através das equações 40 e 41, pode-se relacionar o coeficiente de reflexão Γ e a perda de retorno PR como mostra a equação 45 (DORNELLES, 2015, p. 11).

$$PR(dB) = 20 \log |\Gamma| \quad (45)$$

Dessa forma, um coeficiente de reflexão nulo resulta na transferência total de potência da onda incidente para a onda transferida, anulando a refletida, tendendo $PR(dB)$ a menos infinito.

2.1.4 Razão de onda de tensão estacionária

Porém, se o coeficiente de reflexão Γ não for nulo, haverá uma onda refletida que irá se sobrepor a onda incidente, criando uma onda estacionária na LT (WENTWORTH, 2008, p. 66).

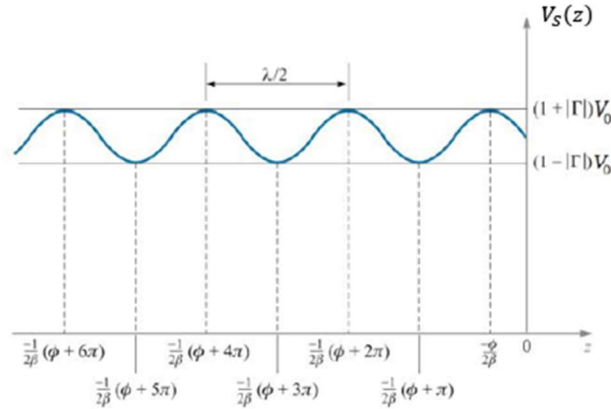
Essa onda estacionária possuirá pontos $z_{\min}$ e $z_{\max}$ nos quais a sua amplitude será mínima $|V_s(z_{\min})|$ e máxima $|V_s(z_{\max})|$. Essas amplitudes máxima e mínima na onda estacionária são expressas, respectivamente, pelas equações 46 e 47 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 326).

$$|V_s(z_{\max})| = (1 + |\Gamma|)|V_0| \quad (46)$$

$$|V_s(z_{\min})| = (1 - |\Gamma|)|V_0| \quad (47)$$

A figura 05 mostra a onda estacionária formada e os pontos que possuem as amplitudes máxima e mínima. O valor ϕ representa a fase dessa onda.

Figura 05 - Onda estacionária e suas amplitudes máxima e mínima



Fonte: adaptado de HAYT; BUCK, 2013

A relação entre essas duas amplitudes é definida como razão de onda de tensão estacionária (ROTE) s (adimensional), mostrada na equação 48 (WENTWORTH, 2008, p. 67).

$$s = \frac{|V_s(z_{máx})|}{|V_s(z_{mín})|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (48)$$

Caso as impedâncias da antena e característica da LT sejam iguais, o coeficiente de reflexão é nulo e, por consequência da equação 48, a razão de onda de tensão estacionária é $s = 1$. Por outro lado, se o coeficiente de reflexão tende a um, o valor da ROTE tende ao infinito.

2.1.5 Impedância de entrada

Deve-se levar em conta que a linha de transmissão possui um comprimento finito l_{LT} . Cada um dos seus pontos em posições z sofrerá a influência das ondas de tensão e corrente nos seus dois sentidos. A razão entre essas ondas de tensão e corrente dadas nas equações 20 e 21 em cada ponto é definida como impedância de onda $Z_{onda}(z)$, como mostra a equação 49 (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 329).

$$Z_{onda}(z) = \frac{V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}}{I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}} \quad (49)$$

Utilizando as relações obtidas nas equações 29 e 38, pode-se simplificar a equação 43, resultando na equação 50.

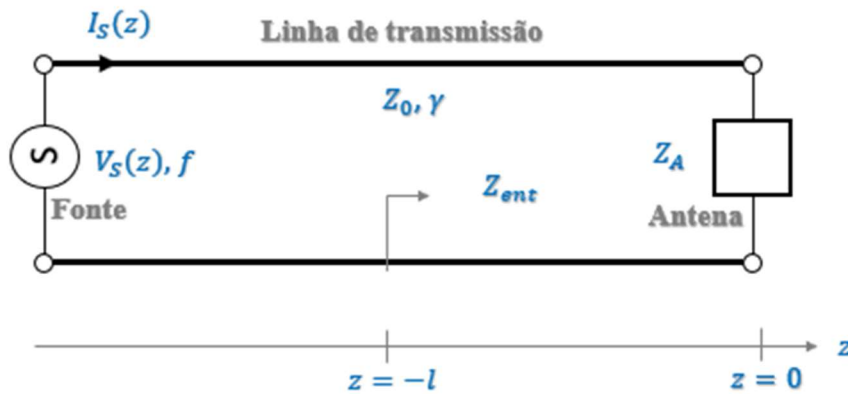
$$Z_{onda}(z) = Z_0 \left(\frac{e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}}{e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z}} \right) \quad (50)$$

A equação 50 pode ainda ser simplificada usando a identidade de Euler, propriedades de funções hiperbólicas e substituindo Γ pela relação entre Z_0 e Z_A usando a equação 38. Essa impedância corresponde a impedância de entrada Z_{ent} em qualquer ponto $z = -l$ na linha de transmissão a uma distância l da antena, expressa na equação 51.

$$Z_{ent}(-l) = Z_0 \left[\frac{Z_A - Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 - Z_A \tanh(\gamma l)} \right] \quad (51)$$

A figura 06 ilustra a posição da impedância de entrada na LT, que se torna a impedância equivalente entre a impedância da antena e a impedância da parte da LT com $z > -l$ (SADIKU, 2012, p. 439-440).

Figura 06 - Impedância de entrada a uma distância l da antena



Fonte: autoria própria, 2020

Porém, neste projeto será considerada a situação em que a linha de transmissão apresenta perdas desprezíveis, sendo considerado que $R = G = 0$ (HAYT; BUCK, 2013, p. 435). Dessa maneira, a partir da equação 16, a constante de atenuação α será nula e a constante de propagação será $\gamma = \alpha + j\beta = 0 + j\beta = j\beta$. Assim, a equação 51 se torna a equação 52.

$$Z_{ent}(-l) = Z_0 \left[\frac{Z_L \cos(\beta l) + jZ_0 \sin(\beta l)}{Z_0 \cos(\beta l) + jZ_L \sin(\beta l)} \right] \quad (52)$$

O parâmetro βl (em graus ou radianos) é chamado de comprimento elétrico da LT (SADIKU, 2012, p. 440).

2.2 CARTA DE SMITH

Os parâmetros coeficiente de reflexão Γ , razão de onda de tensão estacionária s e impedância de entrada Z_{ent} de uma LT conectada a uma antena podem ser obtidos a partir de métodos gráficos, entre os quais a carta de Smith é a mais utilizada (SADIKU, 2012, p. 445).

Ela consiste em um círculo centralizado na origem dos eixos Γ_{real} e Γ_{imag} , cujos pontos representam os coeficientes de reflexão Γ possíveis em uma LT conectada a uma antena, que é expresso na equação 38. Para obtê-lo, deve-se calcular a impedância normalizada z_A da antena através da equação 53, que na forma retangular possui a parte real representando a resistência normalizada r_A e a imaginária representando a reatância normalizada x_A (SADIKU, 2012, p. 445-446).

$$z_A = \frac{Z_A}{Z_0} = r_A + jx_A \quad (53)$$

Dessa equação, se obtém que $Z_A = z_A Z_0$, que se substituída na equação 38 resulta na relação mostrada na equação 54.

$$\Gamma = \Gamma_{real} + j\Gamma_{imag} = \frac{z_A - 1}{z_A + 1} \quad (54)$$

A partir da equação 53, pode-se isolar z_A em função de Γ_{real} e Γ_{imag} , como mostra a equação 5.

$$z_A = r_A + jx_A = \frac{(1 + \Gamma_{real}) + j\Gamma_{imag}}{(1 - \Gamma_{real}) - j\Gamma_{imag}} \quad (55)$$

É possível obter a resistência normalizada r_A isolada a partir da equação 55, mostrada na equação 56.

$$r_A = \frac{1 - \Gamma_{real}^2 - \Gamma_{imag}^2}{(1 - \Gamma_{real})^2 + \Gamma_{imag}^2} \quad (56)$$

Com essa relação, se pode rearranjar a equação e obter a equação 57.

$$\left(\Gamma_{real} - \frac{r_A}{1 + r_A}\right)^2 + (\Gamma_{imag})^2 = \left(\frac{1}{1 + r_A}\right)^2 \quad (57)$$

Também se pode isolar a reatância normalizada x_A a partir da equação 55, como apresenta a equação 58.

$$x_A = \frac{2\Gamma_{imag}}{(1 - \Gamma_{real})^2 + \Gamma_{imag}^2} \quad (58)$$

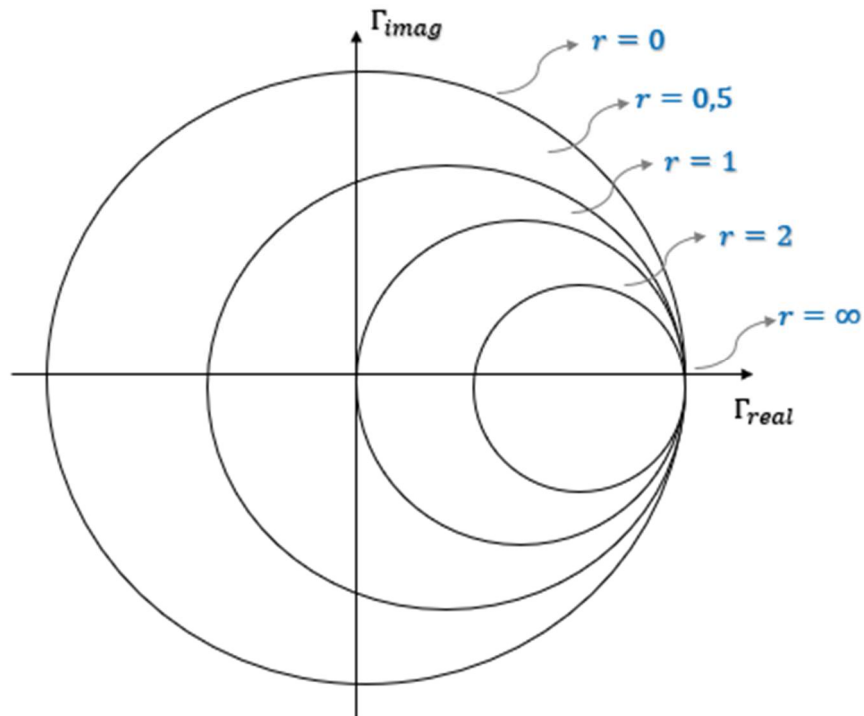
De uma forma análoga a obtenção da equação 57, se pode rearranjar a equação 58 e obter a equação 59.

$$(\Gamma_{real} - 1)^2 + \left(\Gamma_{imag} - \frac{1}{x_A}\right)^2 = \left(\frac{1}{x_A}\right)^2 \quad (59)$$

A motivação da obtenção das equações 57 e 59 foi obter relações entre r_A , x_A , Γ_{real} e Γ_{imag} que fossem similares a equação $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$, que representa uma circunferência centrada no ponto (h, k) e de raio a em um plano xy .

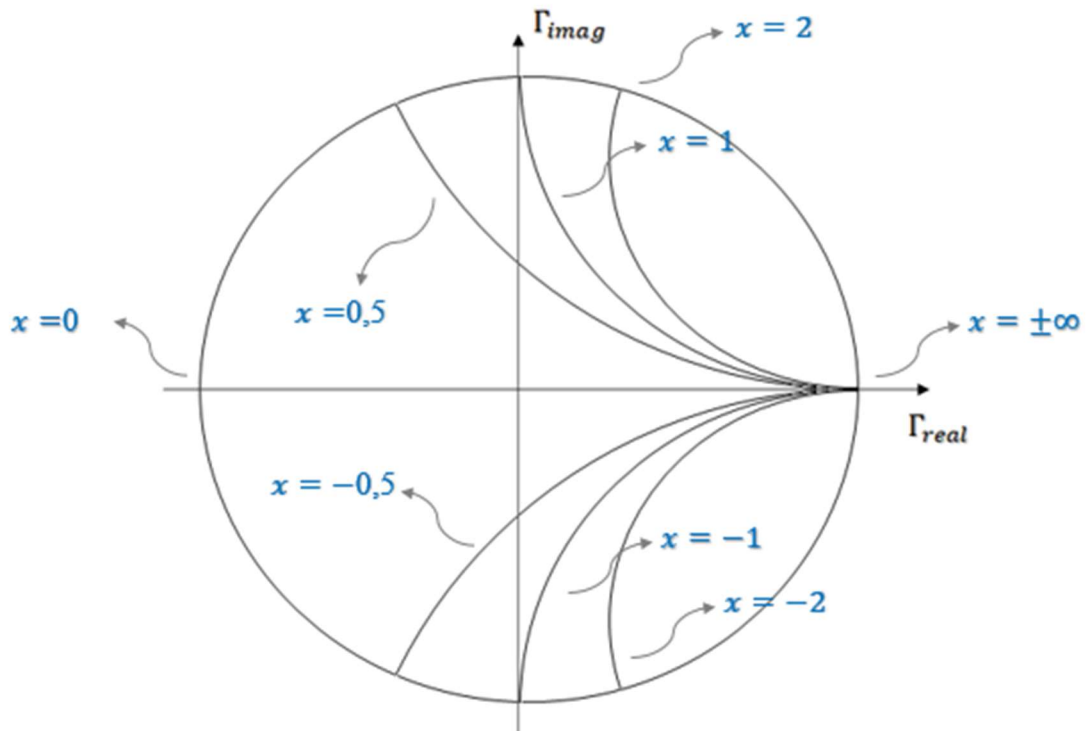
Dessa forma, a equação 57 apresenta a equação dos círculos de r constante (círculos resistivos) (SADIKU, 2012, p. 446). Eles possuem centros em $\left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$ e raios $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, podendo ser visualizados na figura 07.

Figura 07 - Círculos de r constante na carta de impedâncias



Fonte: autoria própria, 2020

De forma análoga, a equação 59 apresenta a equação dos círculos de x constante (círculos de reatâncias) (SADIKU, 2012, p. 446). Diferentemente da resistência normalizada, x pode apresentar valores positivos ou negativos, referentes a reatâncias, respectivamente, indutivas ou capacitivas. Eles possuem centros em $\left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$ e raios $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, podendo ser visualizados na figura 08.

Figura 08 - Círculos de x constante na carta de impedâncias

Fonte: autoria própria, 2020

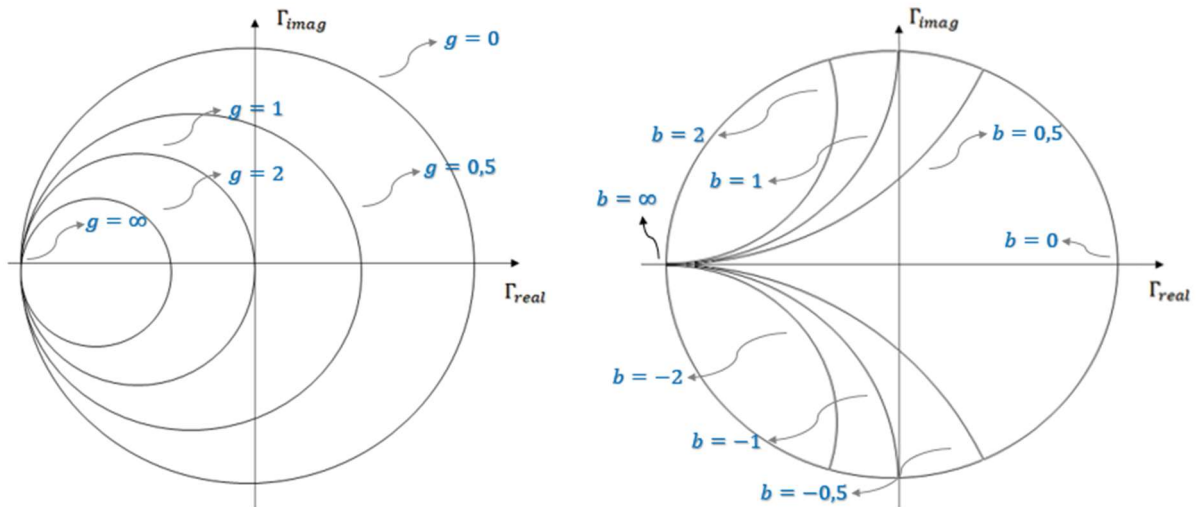
Dessa forma, a impedância normalizada $z_A = r_A + jx_A$ da antena estará em algum ponto da carta, na interseção entre seu círculo resistivo e seu círculo de reatâncias (HAYT JR.; BUCK, 2013, p. 338).

A conversão entre impedâncias e admitâncias se faz utilizando-se a equação 60 (SADIKU, 2012, p. 450).

$$y_A = \frac{Y_A}{Y_0} = \frac{1}{z_A} = g_A + jb_A \quad (60)$$

Os valores de condutância normalizada g_A e da susceptância normalizada b_A da antena estão em círculos de condutância normalizada g constante e de susceptância normalizada b constante, que são mostrados na figura 09 (POZAR, 2011, p. 67-68).

Figura 09 - Círculos de g e b constantes na carta de impedâncias

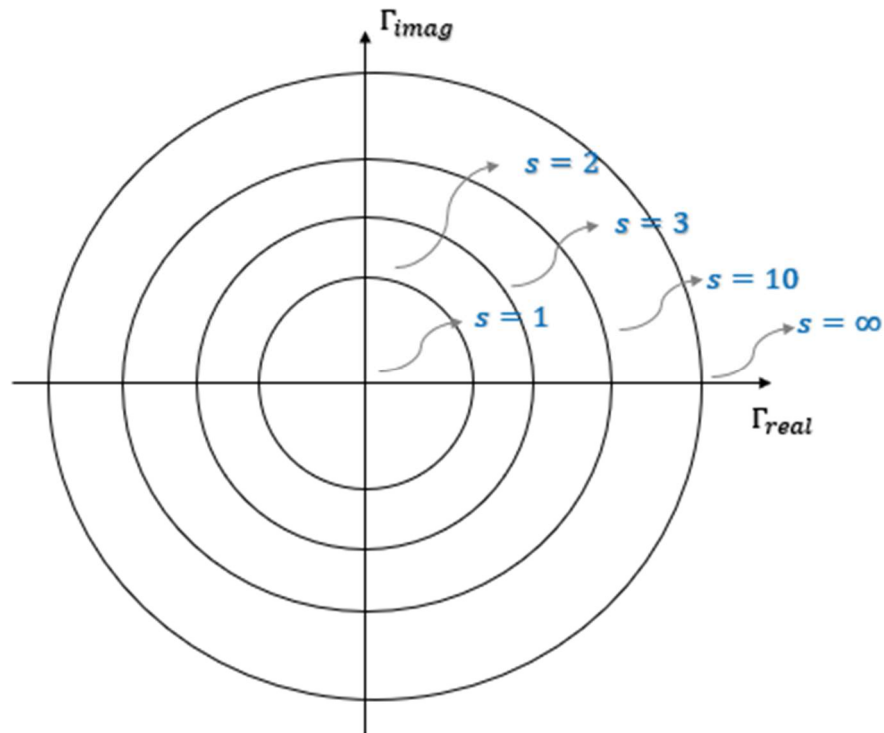


Fonte: autoria própria, 2020

Também se pode obter y_A com a carta de Smith, deslocando-se a partir de z_A por 180° no seu círculo de s constante (WENTWORTH, 2008, p. 97). Dessa forma, a carta passa a ser de admitâncias ao invés de impedâncias. Os círculos de r e x constantes tornam-se equivalentes aos de g e b constantes, respectivamente, e vice-versa (POZAR, 2011, p. 67).

Com a impedância ou admitância normalizada da antena, é possível obter o módulo do coeficiente de reflexão $|\Gamma|$ a partir da divisão da distância desse ponto até a extremidade da carta. A fase do coeficiente de reflexão ϕ_r é obtida traçando uma reta do ponto $(0,0)$, que possui $r = 1$ e $x = 0$, até o ponto z_A , extendendo-a até a escala mais interna entre as três posicionadas na periferia da carta de Smith. Dessa forma, obtém-se o coeficiente de reflexão na forma polar Γ (SADIKU, 2012, p. 448-450).

Todas as circunferências da carta de Smith que são centradas no ponto $(0,0)$ possuem raio igual a $|\Gamma|$. Portanto, essas circunferências possuem pontos que representam impedâncias com módulo do coeficiente de reflexão $|\Gamma|$ constante. Por consequência da equação 48, os pontos dessas circunferências também possuem ROTE s constante e estas são chamadas de círculos de s constante (SADIKU, 2012, p. 447). Através do tamanho de $|\Gamma|$ e da escala mais superior presente na parte de baixo da carta no anexo A, também se pode obter o valor de s . Os círculos de s constantes são mostrados na figura 10.

Figura 10 - Círculos de s constante

Fonte: autoria própria, 2020

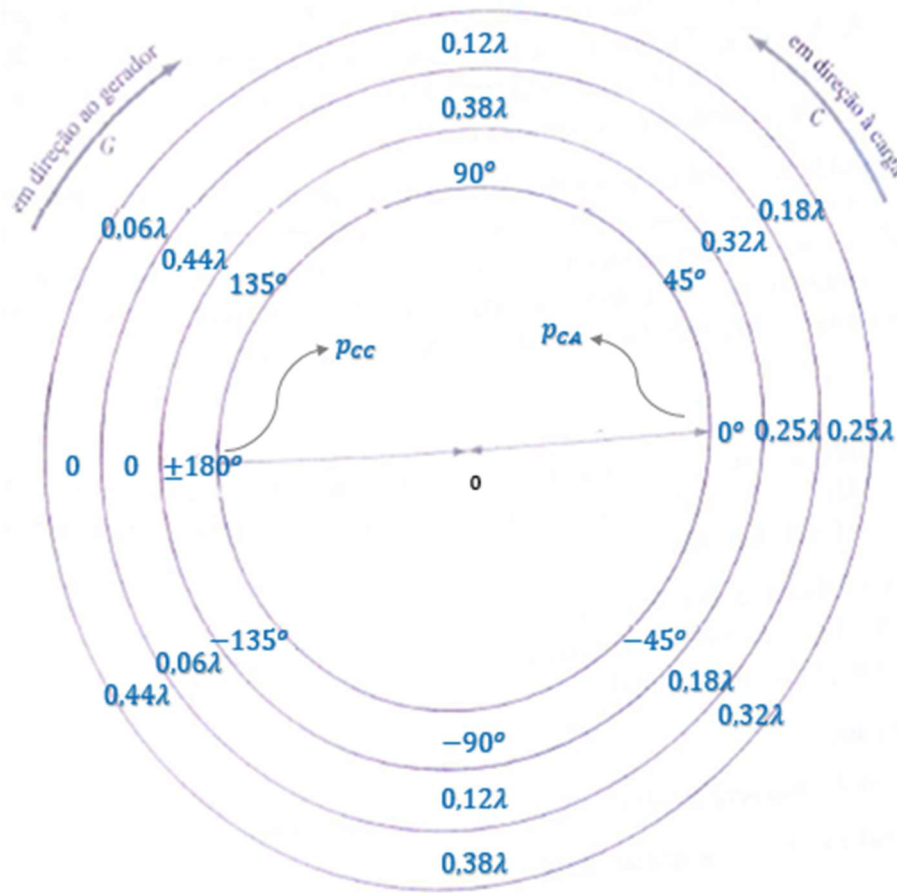
Os pontos em cada um desses círculos de s constante representam as impedâncias de entrada normalizadas z_{ent} que existem em uma mesma combinação linha de transmissão de impedância Z_0 conectada a antena de impedância Z_A (SADIKU, 2012, p. 450).

Logo, a partir da impedância normalizada da antena z_A (que está na posição $z = 0$ na LT) pode-se se deslocar sobre seu círculo de s constante e obter a impedância de entrada z_{ent} a uma distância l da antena, utilizando-se das outras duas escalas na periferia da carta (SADIKU, 2012, p. 450).

Elas são a mais externa – que representa a distância a partir do gerador em comprimentos de onda λ , que aumenta no sentido horário – e a do meio – que representa a distância a partir da carga em comprimentos de onda λ , que aumenta no sentido anti-horário (SADIKU, 2012, p. 450).

A figura 11 representa as escalas da periferia da carta.

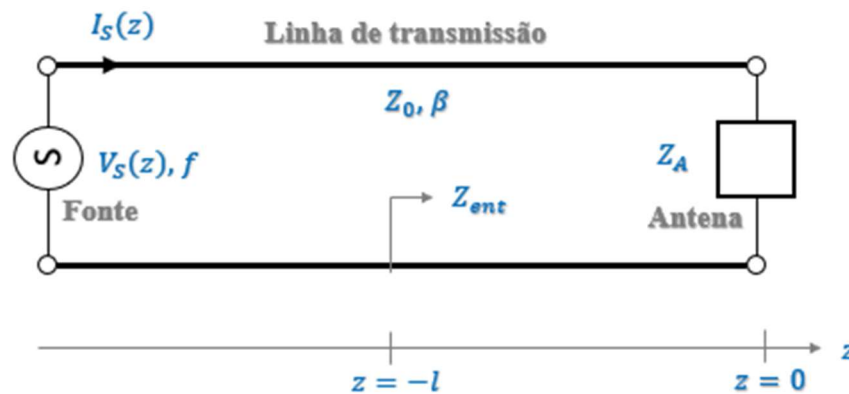
Figura 11 - Escalas da periferia da Carta de Smith



2.3 CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS

Tendo seus parâmetros apresentados nas seções anteriores, a conexão estudada nesse projeto é ilustrada na figura 12 na sua forma completa.

Figura 12 - Configuração da LT conectando fonte e antena



Fonte: autoria própria, 2020

Percebe-se que a relação entre as impedâncias da LT e da antena define os parâmetros do coeficiente de reflexão Γ , da perda de retorno PR , da razão de ondas estacionária s e da impedância de entrada Z_{ent} em cada ponto na linha de transmissão.

Segundo o teorema de máxima transferência de potência, a impedância de entrada da carga deve ser igual à impedância de Thévenin do circuito ligado à carga (BOYLESTAD, 2010, *apud* PEREIRA, 2015, p. 22).

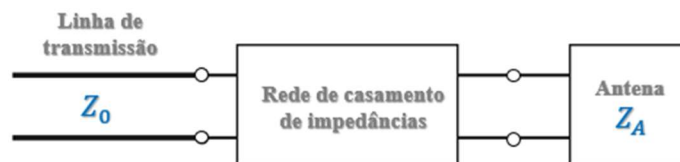
No caso da conexão entre antena e linha de transmissão, a impedância de entrada da carga é a observada na posição entre a antena e a LT, enquanto a impedância de Thévenin conectada é referente à impedância característica da linha de transmissão. Dessa forma, conclui-se que a condição de máxima transferência é a que $Z_{ent} = Z_0$. Nessa condição, o coeficiente de reflexão é zerado, segundo a equação 38.

Como a impedância da LT é em geral real, enquanto a da antena é complexa (BALANIS, 2017, p. 292), deve-se buscar técnicas de casamento que, através de redes entre os elementos, alterem a impedância de entrada na posição entre eles para igualá-la à

impedância da antena, anulando o coeficiente de reflexão, evitando as reflexões na interface entre linha e antena, tornando a ROTE igual a 1, fazendo a perda de retorno tender a $-\infty$ e transferindo a máxima potência da linha para a antena.

A escolha da rede utilizada pela técnica de casamento, ilustrada na figura 13, deve ser realizada dando preferência a certos aspectos de viabilidade que devem ser analisados, como, por exemplo, o tamanho que ofereça a menor perda de potência e que seja mais barato (POZAR, 2011, p. 228).

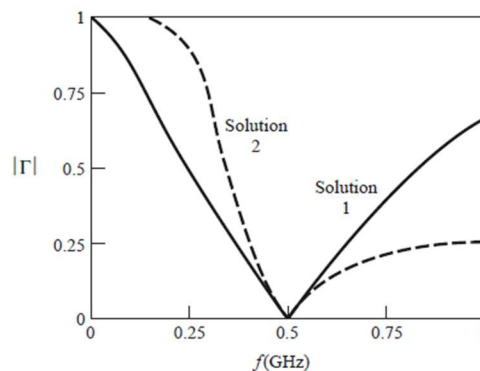
Figura 13 - A conexão de uma rede de casamento de impedâncias a uma antena



Fonte: adaptado de POZAR, 2011

Tanto a rede como as impedâncias envolvidas variam com a frequência, o que afeta também o coeficiente de reflexão. Assim, deve-se procurar satisfazer algum critério de módulo e fase do coeficiente de reflexão que sejam admissíveis na maior faixa de frequências. A figura 14 mostra um exemplo de gráfico do módulo do coeficiente de reflexão *versus* frequência para duas soluções de casamento de impedâncias.

Figura 14 - Exemplo de gráfico do módulo do coeficiente de reflexão *versus* frequência



Fonte: POZAR, 2011

É possível observar na figura 14 que o valor nulo ocorre apenas para uma frequência específica.

Por fim, deve-se observar também que a rede deve possuir uma implementação mais fácil e, se possível, que permita o ajuste para diferentes impedâncias a serem casadas. (POZAR, 2011, p. 229).

Um bom casamento de impedâncias proporciona uma maximização da entrega de potência e economia de energia, além de melhorar a relação entre o sinal e o ruído na antena. Também se pode reduzir erros de amplitude e de fase do sinal entregues, por exemplo, em redes de alimentação de um conjunto de antenas (POZAR, 2011, p. 228).

A carta de Smith é um bom instrumento para auxiliar na aplicação de técnicas de casamento por providenciar uma ferramenta gráfica para a obtenção de parâmetros.

Nela, através da inserção de certos comprimentos de linhas de transmissão e elementos concentrados, é possível levar a impedância de entrada da antena até o centro da carta, onde $|\Gamma| = 0$ (WENTWORTH, 2008, p. 95).

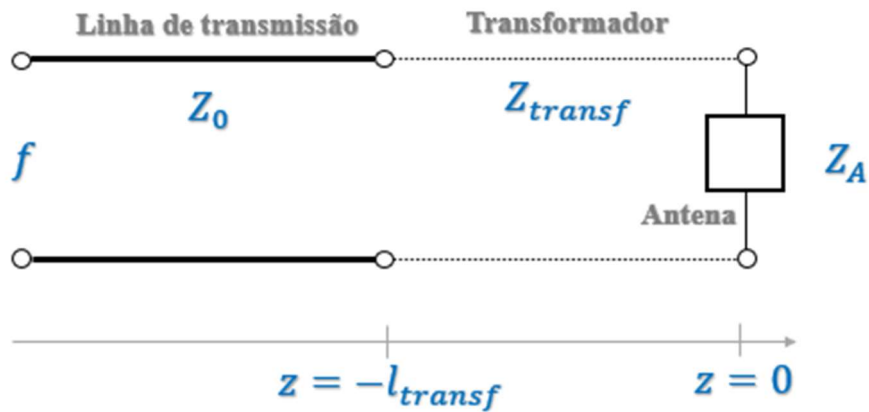
2.4 TÉCNICAS DE CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS

Existem várias dessas técnicas de casamento de impedâncias entre antenas e linhas de transmissão (BALANIS, 2017, p. 293). Para este projeto, foram selecionadas três para maior detalhamento sobre elas: o casamento com transformador de quarto de onda, o casamento com tocos simples e duplos e o casamento com circuitos LC.

2.4.1 Casamento com transformador de quarto de onda

Uma maneira simples de realizar o casamento de uma LT com uma antena de impedância que possua apenas a parte real é através da utilização de um transformador de quarto de onda, como mostra a figura 15.

Figura 15 – LT casada com uma antena a partir de um transformador de quarto de onda

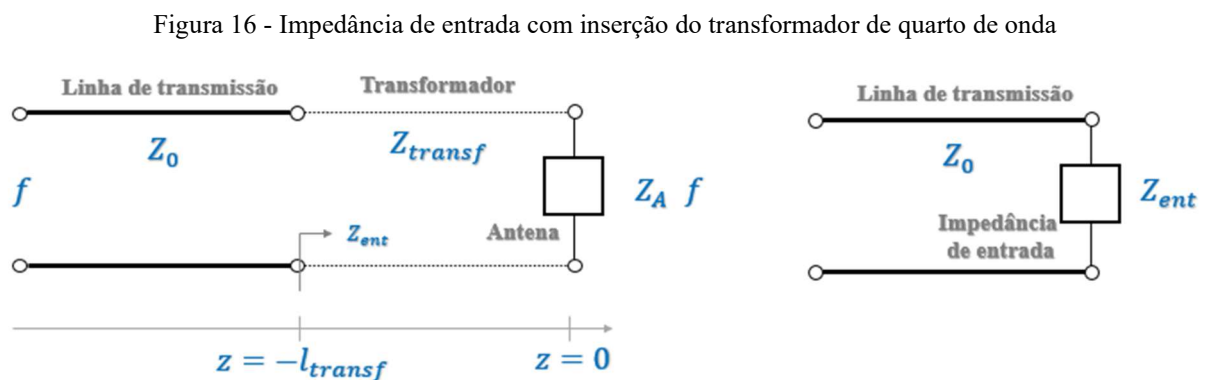


Fonte: autoria própria, 2020

O transformador de quarto de onda é uma rede de casamento, que consiste em uma seção de uma outra linha de transmissão de impedância característica Z_{transf} e que possui esse nome porque possui um comprimento que é múltiplo ímpar do quarto de onda, que é mostrado na equação 62, sendo m um número natural (SADIKU, 2012, p. 456).

$$l_{transf} = (2m + 1)0,25\lambda \quad (62)$$

A inserção do transformador faz surgir uma impedância de entrada Z_{ent} que é equivalente às impedâncias do transformador e da antena, como mostra a figura 16.



Fonte: autoria própria, 2020

Para escolher um transformador com impedância Z_{transf} adequada, inicia-se a análise substituindo a equação 17 e o valor de $l_{transf} = (2m + 1)0,25\lambda$ no comprimento elétrico βl , como mostra a equação 63.

$$\beta l_{transf} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (2m + 1)0,25\lambda = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (63)$$

Assim, substituindo βl_{transf} na equação 52, obtém-se a equação 64.

$$Z_{entrada} = Z_{transf} \left\{ \frac{Z_A \cos \left[(2m + 1)\frac{\pi}{2} \right] + jZ_{transf} \sen \left[(2m + 1)\frac{\pi}{2} \right]}{Z_{transf} \cos \left[(2m + 1)\frac{\pi}{2} \right] + jZ_A \sen \left[(2m + 1)\frac{\pi}{2} \right]} \right\} \quad (64)$$

A intenção da realização dessa adição do transformador é anular as reflexões na interface entre si e a linha de transmissão de impedância Z_0 (HAYT; BUCK, 2013, p. 330). Para que isto ocorra, é necessário que seja obedecida a condição de casamento de impedância, que é $Z_{ent} = Z_0$. Para isso, substitui-se Z_{ent} por Z_0 na equação 64, obtendo-se a equação 65.

$$Z_{entrada} = Z_0 = \frac{Z_{transf}^2}{Z_A} \quad (65)$$

Portanto, o transformador deve possuir uma impedância Z_{transf} expressa na equação 66.

$$Z_{transf} = \sqrt{Z_0 Z_A} \quad (66)$$

É necessário observar que seu comprimento $l_{transf} = (2m + 1)0,25\lambda$ é uma função do comprimento de onda que se propaga no circuito e, portanto, é dependente da frequência f

associada pela equação 09 (SADIKU, 2012, p. 456). Assim, o uso de um transformador de quarto de onda possui a desvantagem de ser sensível a mudança de frequência, já que qualquer variação no valor da qual o dispositivo foi dimensionado alteraria o valor de Z_{transf} e faria a condição da equação 59 ser desobedecida. Dessa forma, esse tipo de dispositivo é classificado como de banda estreita, ou seja, adequado apenas para uma pequena faixa de frequências (SADIKU, 2012, p. 456).

Outra desvantagem é o fato de casar especificamente impedâncias que possuem apenas a parte real. Pode-se solucionar esse problema adicionando elementos que tornem a impedância em puramente resistiva, mas acrescentar componentes sensíveis à frequência aumentaria a complexidade e diminuiria a largura de banda da rede de casamento (POZAR, 2011, p. 246).

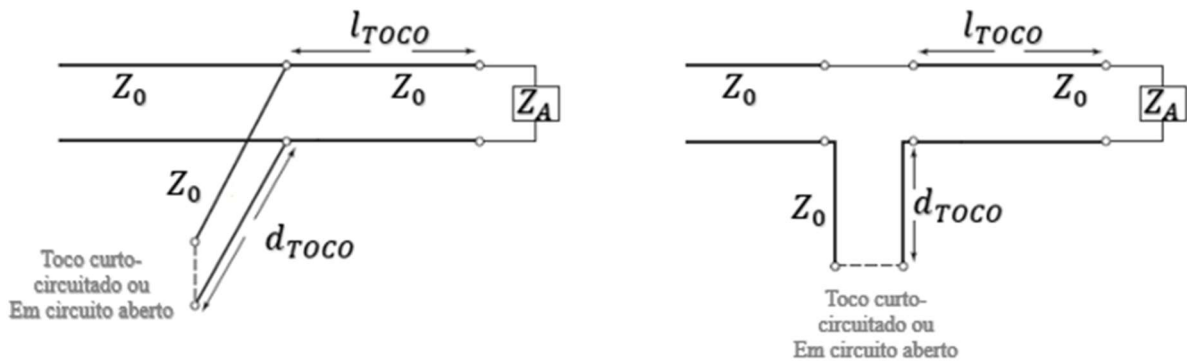
2.4.2 Casamento com tocos

A técnica de casamento com tocos pode ser realizada com tocos simples e duplos, dependendo da necessidade de ajustabilidade (POZAR, 2011, p. 241-242). Ela elimina a desvantagem apresentada pelo transformador de quarto de onda, por não ser tão sensível a frequência (SADIKU, 2012, p. 457).

O casamento com toco simples consiste em inserir uma seção da linha de transmissão que é conectada à antena, portanto possui a mesma impedância característica Z_0 , chamada de toco, que é posicionado a uma distância l_{TOCO} da antena e que possui um comprimento d_{TOCO} (SADIKU, 2012, p. 457).

É possível que o toco consista em uma seção curto-circuitada ou em circuito aberto, ou ainda que seja colocado em paralelo ou em série com a antena (POZAR, 2011, p. 234), como mostra a figura 17. Porém, os tocos conectados em série são mais difíceis de utilizar e quando em circuito aberto acabam por irradiar energia se estiverem em alta frequência. Logo, são mais comuns tocos em paralelo e curto-circuitados (SADIKU, 2012, p. 457).

Figura 17 - Inserção de tocos simples em paralelo e em série



Fonte: adaptado de POZAR, 2011

Para obter os valores de d_{TOCO} e l_{TOCO} , pode-se utilizar a carta de Smith, iniciando com a plotagem do ponto de admitância normalizada y_A na carta, caso o toco escolhido seja conectado em paralelo com a antena (POZAR, 2011, p. 235-236).

O primeiro passo é localizar as admitâncias y_1 e y_1' através da interseção do círculo de s constante com a circunferência que possui $g = 1$ (círculo $y = 1 + jb$), que ocorre em dois pontos com susceptâncias b_1 e $-b_1'$ (POZAR, 2011, p. 235-236).

Com auxílio da escala mais externa, obtêm-se as menores distâncias $l_{TOCO,1}$ e $l_{TOCO,2}$ em comprimentos de onda partindo da impedância normalizada y_A deslocando-se sobre o círculo de s constante em sentido horário até, respectivamente os pontos $y_1 = 1 + jb_1$ e $y_1' = 1 - jb_1$ (POZAR, 2011, p. 235-236). Esse sentido é imposto porque está se deslocando da antena até o toco na direção do gerador.

Os comprimentos $d_{TOCO,1}$ e $d_{TOCO,2}$ são obtidos observando as susceptâncias b_1 ou $-b_1$ dos pontos y_1 e y_2 (POZAR, 2011, p. 239).

Então, medem-se as menores distâncias em comprimentos de onda com auxílio da escala mais externa partindo do ponto p_{CA} , que possui $g = \infty$ e $b = \infty$, caso o toco esteja em circuito aberto, ou do ponto p_{CC} , que possui $g = 0$ e $b = 0$, caso o toco esteja curto-circuitado, deslocando-se sobre a circunferência $y = 0 + jb$ em sentido horário até, respectivamente os pontos $y_2 = jb_1$ e $y_2' = -jb_1$ (POZAR, 2011, p. 239). Assim, se obtém duas possíveis soluções para o casamento com toco simples em paralelo: uma com l_{TOCO} e d_{TOCO} e outra com l_{TOCO}' e d_{TOCO}' .

Caso o toco seja conectado em série, incia-se com a plotagem da impedância normalizada z_A . Em seguida, traça-se o círculo de s constante. O próximo passo é descobrir os dois pontos z_1 e z_1' em que esse círculo se intercepta com a circunferência que possui $r = 1$ (circunferência $1 + jx$), que possuirão reatâncias x_1 e $-x_1$ (POZAR, 2011, p. 239).

Com auxílio da escala mais externa, obtém-se as menores distâncias l_{TOCO} e l_{TOCO}' em comprimentos de onda partindo da impedância normalizada z_A deslocando-se sobre o círculo de s constante em sentido horário até, respectivamente os pontos $z_1 = 1 + jx_1$ e $z_1' = 1 - jx_1'$ (POZAR, 2011, p. 239). Esse sentido é imposto porque está se deslocando da antena até o toco na direção do gerador.

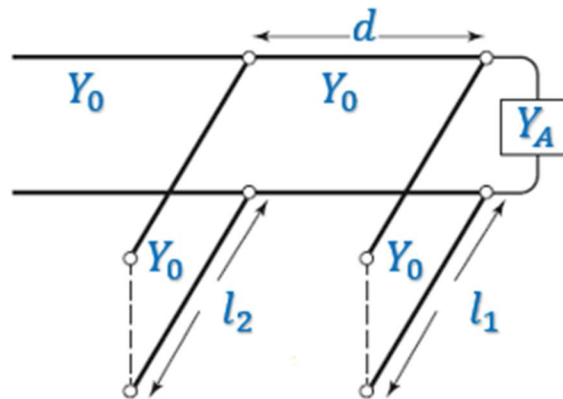
Assim, o toco deve possuir reatâncias x_1 ou $-x_1$ para que o casamento seja realizado. Para isso, obtém-se os comprimentos de toco d_{TOCO} e d_{TOCO}' em comprimentos de onda com auxílio da escala mais externa, obtém-se as menores distâncias partindo do ponto $p_{CA} = \infty + j\infty$, caso o toco esteja em circuito aberto, ou do ponto $p_{CC} = 0 + j0$, caso o toco esteja curto-circuitado, deslocando-se sobre a circunferência $z = 0 + jx$ em sentido horário até, respectivamente os pontos $z_2 = jx_1$ e $z_2' = -jx_1$ (POZAR, 2011, p. 239). Assim, se obtém duas possíveis soluções para o casamento com toco simples em série: uma com l_{TOCO} e d_{TOCO} e outra com l_{TOCO}' e d_{TOCO}' .

O toco simples possui a desvantagem de precisar que a distância l_{TOCO} entre a linha e a antena seja variável para se tornar ajustável a quaisquer alterações (POZAR, 2011, p. 241-242).

O uso de toco duplo pode solucionar esse problema. Sua desvantagem em relação ao simples, porém, é que não é capaz de casar qualquer tipo de impedância (POZAR, 2011, p. 242).

Para as impedâncias que são possíveis de se casar, utiliza-se os tocos duplos em posições fixas, assim como o toco simples. O primeiro toco é o mais próximo da antena e é fixado antes dela e possui um comprimento l_1 . O segundo toco é posto a uma distância d arbitrária do primeiro e possui um comprimento l_2 . Ambos podem estar curto-circuitados ou em circuito aberto (POZAR, 2011, p. 242). A figura 18 mostra uma linha de transmissão e uma antena conectados ao toco duplo.

Figura 18 - Conexão do toco duplo



Fonte: adaptado de POZAR, 2011

A obtenção dos valores l_1 e l_2 pode ser realizada através da Carta de Smith. Inicialmente, plota-se na carta a admitância normalizada na carta. Esse valor é preferido ao da impedância porque a antena é ligada em paralelo com os dois tocos. Em seguida, traça-se o circunferência com $g = 1$, $y = 1 + jb$, que será utilizado para obter a distância do segundo toco (POZAR, 2011, p. 243).

Em seguida, rotacionam-se todos os pontos dessa circunferência $y = 1 + jb$ no sentido da antena para o gerador (sentido horário) pela distância d arbitrária entre tocos em comprimentos de onda, com auxílio da escala mais externa, chegando até a posição do segundo toco (POZAR, 2011, p. 243). Pode-se realizar isso rotacionando apenas o ponto que é o centro da circunferência $y = 1 + jb$ e traçando a partir dele uma circunferência de raio $\Gamma = 0,5$.

Então, busca-se a interseção da circunferência de condutância da antena constante $y = g_A + jb$ com a circunferência $y = 1 + jb$ rotacionada. Obtém-se assim, os dois pontos $y_1 = g_A + jb_1$ e $y_1' = g_A + jb_1'$. Com eles, pode-se obter as duas soluções para a susceptância do primeiro toco, cuja admitância terá as soluções $y_{TOCO,1} = j(b_A - b_1)$ e $y_{TOCO,1}' = j(b_A - b_1')$. O comprimento do primeiro toco, então, terá duas soluções: a distância l_1 em comprimentos de onda em sentido do gerador a antena (anti-horário) do ponto p_{CA} (se o toco estiver em circuito aberto ou do ponto p_{CC} se estiver curto-circuitado) até $y_{TOCO,1}$ e, analogamente, a distância l_1' do ponto p_{CA} até $y_{TOCO,1}'$ (POZAR, 2011, p. 243-244).

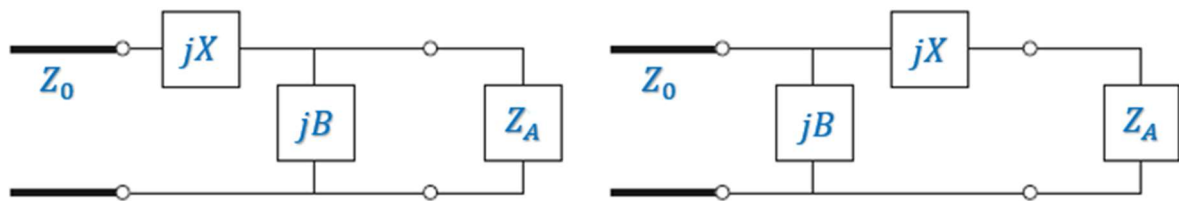
Desloca-se então sobre os círculos de s constante das admitâncias y_1 e y_1' pela distância d em sentido da antena ao gerador (horário), obtendo-se, respectivamente, os pontos $y_2 = 1 + jb_2$ e $y_2' = 1 + jb_2'$, que estarão na circunferência $y = 1 + jb$. Logo, a susceptância do segundo toco terá duas soluções: $y_{TOCO,2} = j(0 - b_2)$ e $y_{TOCO,2}' = j(0 - b_2')$ (POZAR, 2011, p. 243-244).

O comprimento do segundo toco, então, terá duas soluções: a distância l_2 em comprimentos de onda em sentido do gerador a antena (anti-horário) do ponto p_{CA} (se o toco estiver em circuito aberto ou do ponto p_{CC} se estiver curto-circuitado) até $y_{TOCO,2}$ e, analogamente, a distância l_2' do ponto p_{CA} (ou p_{CC}) até $y_{TOCO,2}'$ (POZAR, 2011, p. 243-244).

2.4.3 Casamento com circuitos LC

A técnica mais simples de casamento de impedância é a inserção de uma rede com elementos concentrados, um em série e outro em paralelo (POZAR, 2011, p. 229). Assim, são possíveis duas configurações gerais para essa rede, como mostra a figura 19. Esses elementos podem ser um indutor ou um capacitor.

Figura 19 – Conexão da rede de casamento com circuitos LC



Fonte: adaptado de POZAR, 2011

Inicialmente, plota-se a impedância normalizada da antena $z_A = r_A + jx_A$ na Carta de Smith. Se z_A estiver dentro do círculo $z = 1 + jx$, utiliza-se a configuração em que o elemento em paralelo é o mais próximo da antena e o outro é em série. Caso contrário,

inverte-se: o elemento em série é o mais próximo da antena e outro é em paralelo (POZAR, 2011, p. 229).

No caso em que o elemento mais próximo da antena esteja em paralelo, torna-se conveniente converter a impedância normalizada $z_A = r_A + jx_A$ da antena em admitância normalizada $y_A = g_A + jb_A$ rotacionando z_A por 180° no círculo de s constante, tornando a carta de admitâncias.

A partir de y_A , desloca-se sobre seu círculo de g constante, $y = g_A + jb$, até a interseção com o círculo de $r = 1$ da carta de admitâncias, que pode ser obtido através da rotação por 180° do centro da circunferência $z = 1 + jx$ da carta de impedâncias e traçando a partir dele uma circunferência de raio $|\Gamma| = 0,5$ (POZAR, 2011, p. 231).

Assim, se obtém dois pontos $y_1 = g_A + jb_1$ e $y_1' = g_A + jb_1'$. Para o deslocamento de y_A para os pontos y_1 e y_1' , o elemento em série deve possuir susceptâncias iguais a, respectivamente $b_{paralelo} = b_1 - b_A$ e $b_{paralelo}' = b_1' - b_A$ (POZAR, 2011, p. 231).

Já o segundo elemento, nesse caso, será em série. Assim, convém converter as admitâncias y_1 e y_1' em impedâncias z_1 ou z_1' traçando seus círculos de s constante e deslocando-se 180° sobre ele a partir desses pontos, obtendo-se aproximadamente $z_1 = 1 + jx_1$ e $z_1' = 1 + jx_1'$.

Para deslocar-se a partir desses pontos z_1 e z_1' pela circunferência $z = 1 + jx$ na carta de impedâncias até o centro da carta, no ponto que possui $r = 1$ e $x = 0$, o elemento em série deve possuir reatâncias iguais, respectivamente, a $x_{serie} = 0 - x_1$ e $x_{serie}' = 0 - x_1'$ (POZAR, 2011, p. 231).

Analogamente, no caso em que o elemento mais próximo da antena está conectado em série, plota-se a impedância normalizada da antena $z_A = r_A + jx_A$ na carta.

Desloca-se, então, a partir desse ponto pela circunferência $z = r_A + jx$ até a interseção com a circunferência $y = 1 + jb$ da carta de impedâncias, que ocorre no pontos $z_1 = 1 + jx_1$ e $z_1' = 1 + jx_1'$.

Para realizar esse deslocamento de z_A até z_1 e z_1' , o elemento em série deve possuir reatâncias iguais, respectivamente, a $x_{serie} = x_1 - x_A$ ou $x_{serie}' = x_1' - x_A$ (POZAR, 2011, p. 231).

Já o segundo elemento, nesse caso, será em paralelo. Assim, convém converter as impedâncias z_1 e z_1' em admitâncias $y_1 = g_1 + jb_1 = 1 + jb_1$ e $y_1' = g_1' + jb_1' = 1 + jb_1'$.

Para deslocar-se a partir desses pontos y_1 e y_1' pela circunferência $g = 1 + jx$ até o centro da carta, no ponto que possui $g = 1$ e $b = 0$, deve-se adicionar um elemento em paralelo que possua susceptâncias iguais a, respectivamente, $b_{paralelo} = 0 - b_1 = -b_1$ e $b_{paralelo}' = 0 - b_1' = -b_1'$ (POZAR, 2011, p. 231).

Com os valores de reatâncias normalizadas indutivas ($x > 0$) e capacitivas ($x < 0$) e das susceptâncias normalizadas indutivas ($b < 0$) e capacitivas ($b > 0$), pode-se obter os valores de indutâncias L e L' (em henrys, H) e de capacitâncias C e C' (em faradays, F) com as equações 67 e 68 (POZAR, 2011, p. 232 e 233).

$$L = \frac{xZ_0}{2\pi f} = -\frac{Z_0}{2\pi f b} \quad (67)$$

$$C = -\frac{1}{2\pi f x Z_0} = \frac{b}{2\pi f Z_0} \quad (68)$$

Uma desvantagem dessa técnica está na limitação da faixa de frequência em que ela é adequada. Isso porque para frequências maiores que 1GHz, os elementos podem ser demasiadamente pequenos, o que tornaria o uso inviável. Porém, alguns circuitos integrados modernos podem ser utilizados para empregar elementos concentrados em altas frequências (POZAR, 2011, p. 229).

3 METODOLOGIA

A metodologia que será utilizada é a aplicação das técnicas de casamento apresentadas na fundamentação teórica deste projeto em configurações que envolvem a impedância de uma linha de transmissão coaxial sem perdas, com impedância característica $Z_0 = 50\Omega$, e a impedância das antenas em cada um dos problemas propostos.

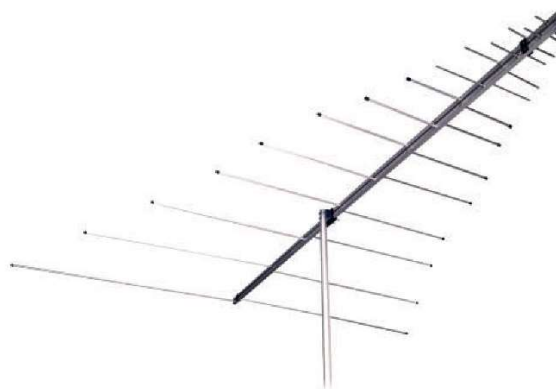
Estes se utilizarão de valores de impedâncias de antenas reais segundo Balanis (2017). A seção de resultados e discussão apresentará a resolução desses problemas de forma detalhada a partir das configurações apresentadas nesta seção e com as informações reunidas na fundamentação teórica deste projeto, utilizando a carta de Smith quando possível.

3.1 CASAMENTO COM TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA

A técnica de casamento com transformador de quarto de onda será utilizada para casar a linha de transmissão de impedância característica $Z_0 = 50\Omega$ com duas antenas.

A primeira trata-se de uma antena log-periódica de dipolos do exemplo 11.1 de Balanis (2017), como a mostrada na figura 20.

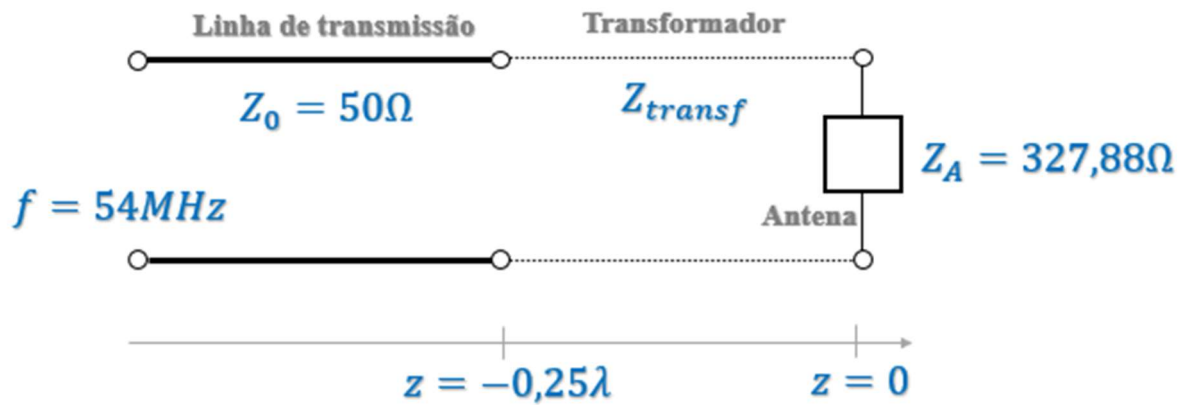
Figura 20 – Antena log-periódica



Fonte: MUNDOMAX, 2020a

Ela opera na frequência de $f = 54MHz$ e possui impedância $Z_A = 327,88\Omega$. A figura 21 mostra a conexão da antena log-periódica e da linha de transmissão, junto ao transformador que deverá ser dimensionado.

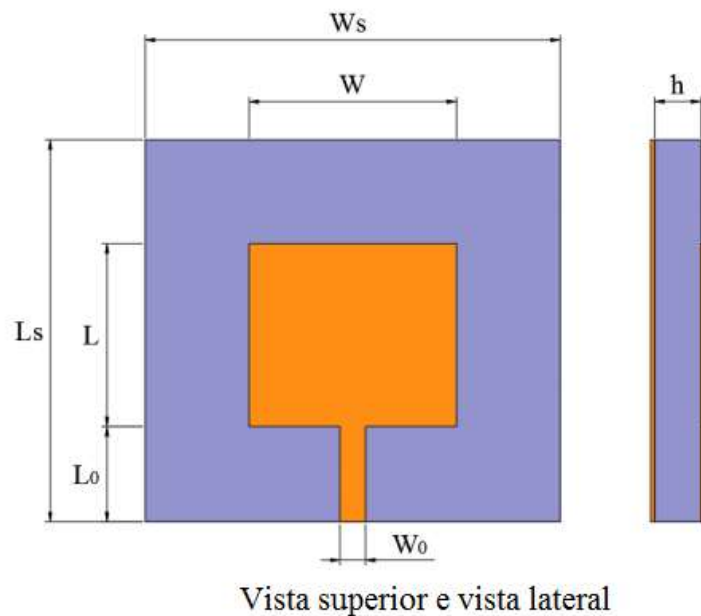
Figura 21 - Configuração para casamento de LT e antena log-periódica com transformador de quarto de onda



Fonte: autoria própria, 2020

A outra antena trata-se da de microfita retangular do exemplo 14.2 de Balanis (2017), como a mostrada na figura 22.

Figura 22 - Antena de microfita retangular

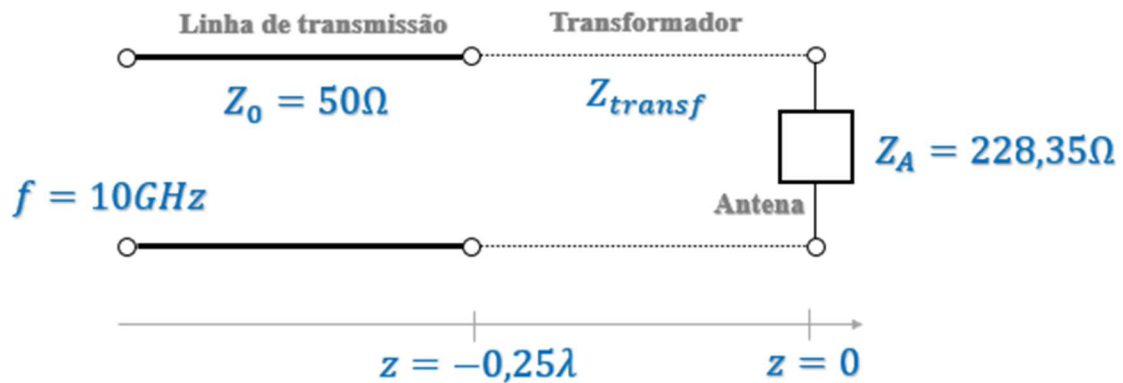


Vista superior e vista lateral

Fonte: ALL ELECTRONICS GROUP, 2020

Ela opera na frequência $f = 10\text{GHz}$ e possui uma impedância $Z_A = 228,35\Omega$. A figura 23 mostra a conexão da antena de microfita retangular com a linha de transmissão, junto com o transformador de quarto de onda que deverá ser dimensionado.

Figura 23 - Configuração para casamento de LT e antena de microfita retangular com transformador de quarto de onda

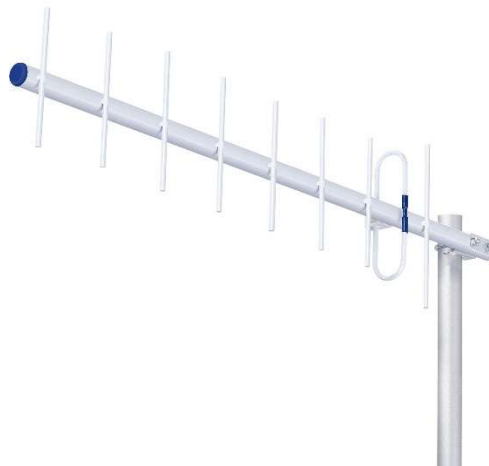


Fonte: autoria própria, 2020

3.2 CASAMENTO COM TOCOS

O casamento com tocos simples e duplos deverá ser realizado entre a linha de transmissão de impedância característica $Z_0 = 50\Omega$ com a antena Yagi-Uda do exemplo 9.2 de Balanis (2017), como a mostrada na figura 24.

Figura 24 - Antena Yagi-Uda



Fonte: MUNDOMAX, 2020b

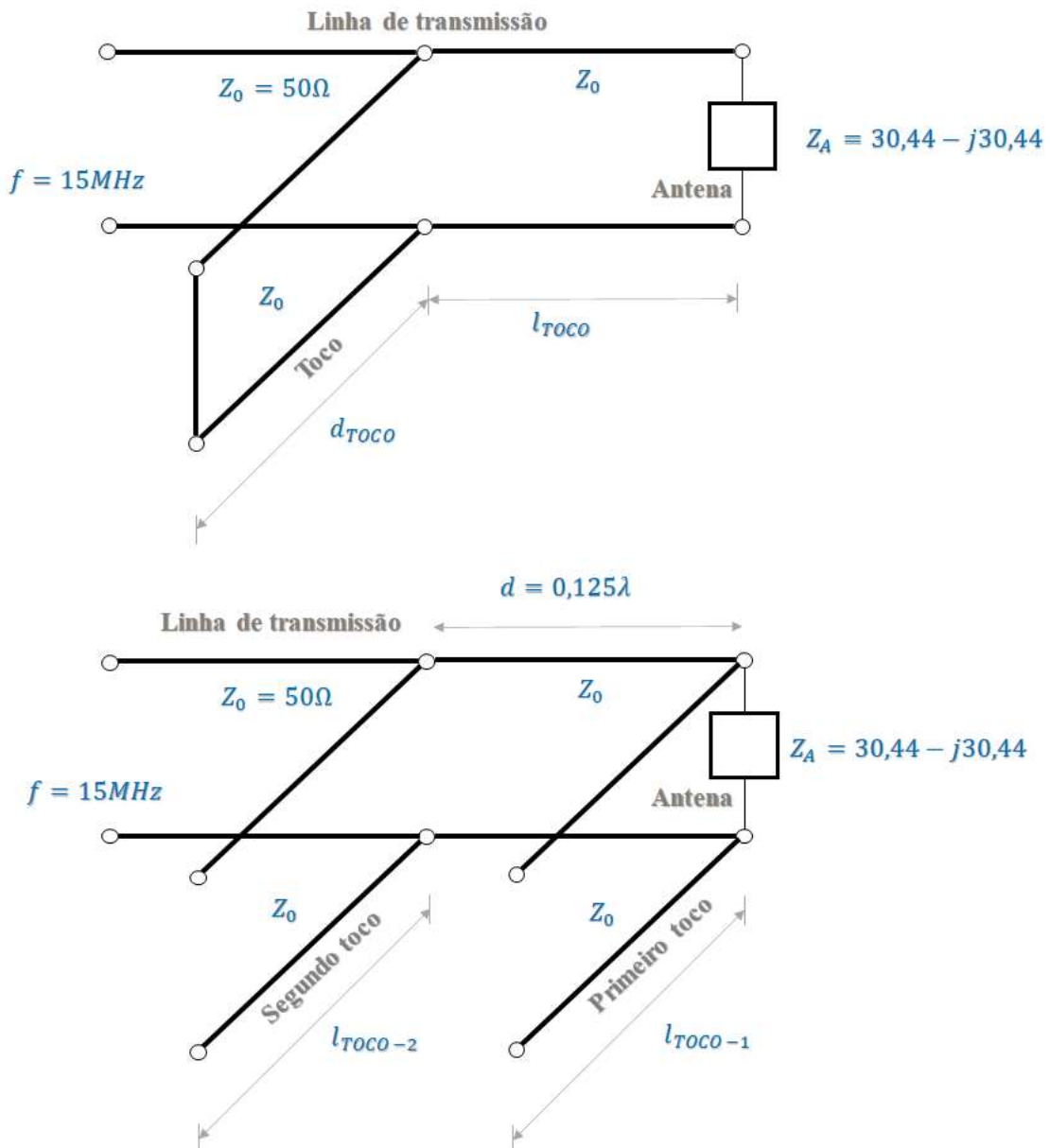
Ela opera na frequência $f = 15MHz$ e possui uma impedância $Z_A = 30,44 - j30,44$ do exemplo 9.2 do Balanis (2017). Será utilizada para o casamento a ferramenta gráfica da carta de Smith.

O toco simples será curto-circuitado, porque é preferível para linhas de transmissão coaxiais (POZAR, 2011, p. 235) e conectado em paralelo pelo de tocos conectados em série serem mais difíceis de utilizar (POZAR, 2011, p. 234).

O toco duplo consistirá em dois tocos em circuito aberto conectados em paralelo, que serão posicionados a uma distância $d = 0,125\lambda$ – pois na prática geralmente se escolhe uma distância igual a $0,125\lambda$ ou $0,375\lambda$ um do outro (POZAR, 2011, p. 243).

A figura 25 mostra as configurações a serem casadas com o toco simples com os parâmetros l_{TOCO} e d_{TOCO} e com o toco duplo com os parâmetros l_1 e l_2 .

Figura 25 - Configuração para casamento com tocos simples e duplo



3.3 CASAMENTO COM CIRCUITOS LC

O casamento com circuitos LC deverá ser realizado entre a linha de transmissão de impedância característica $Z_0 = 50\Omega$ e duas antenas. A primeira é a antena dipolo vertical de meio comprimento de onda sobre um plano condutor da seção 4.7.2 de Balanis (2017), como a mostrada na figura 26.

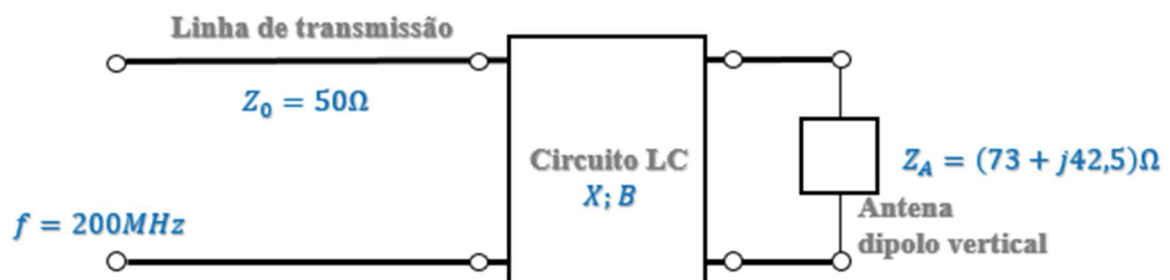
Figura 26 - Antena dipolo vertical



Fonte: TELEONDAS, 2020a

Ela opera na frequência $f = 200MHz$ e possui impedância $Z_A = (73 + j42,5)\Omega$. A figura 27 mostra a conexão da linha de transmissão com a mesma, junto do circuito LC para o casamento de impedâncias.

Figura 27 - Conexão para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC



Fonte: autoria própria, 2020

A outra antenna a ser casada com circuito LC é a de monopolo vertical de um quarto de comprimento de onda sobre um plano condutor da seção 4.7.2 de Balanis (2017), como a mostrada na figura 28.

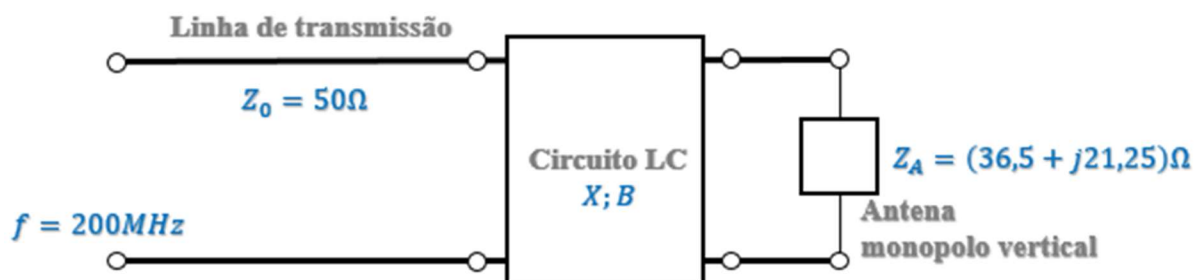
Figura 28 - Antena monopolo vertical



Fonte: TELEONDAS, 2020b

Ela opera na frequência $f = 200\text{MHz}$ e possui impedância $Z_A = (36,5 + j21,25)\Omega$. A figura 29 mostra a conexão da linha de transmissão com a mesma, junto do circuito LC para o casamento de impedâncias.

Figura 29 - Conexão para casamento da antena monopolo vertical com circuito LC



Fonte: autoria própria, 2020

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão utilizadas as informações presentes na fundamentação teórica deste projeto para guiar a resolução dos problemas propostos na metodologia, apresentando, por fim, os resultados.

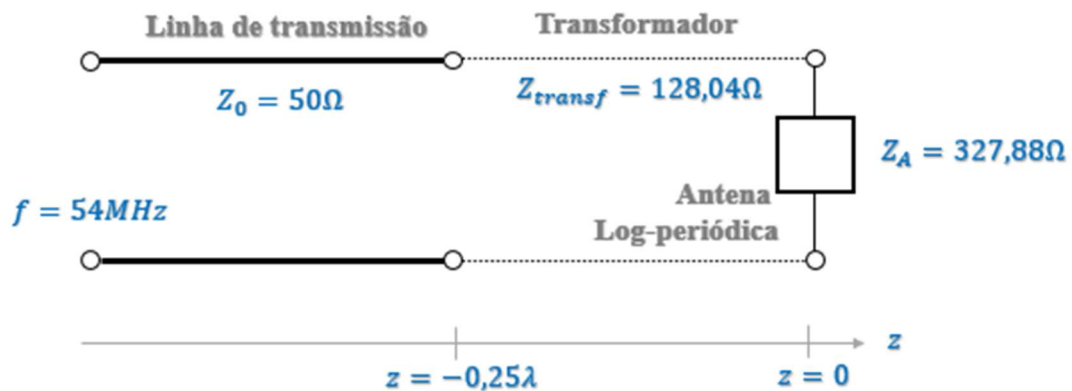
4.1 CASAMENTO COM TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA

Para a antena log-periódica de $Z_A = 327,88\Omega$, a impedância do transformador é expressa pela equação 69 com base na equação 66.

$$\begin{aligned} Z_{transf} &= \sqrt{Z_0 Z_A} \\ Z_{transf} &= \sqrt{50\Omega \cdot 327,88\Omega} \\ Z_{transf} &= 128,04\Omega \end{aligned} \quad (69)$$

A solução para o casamento é mostrada na figura 30.

Figura 30 – Solução para casamento com transformador de quarto de onda com a antena log-periódica



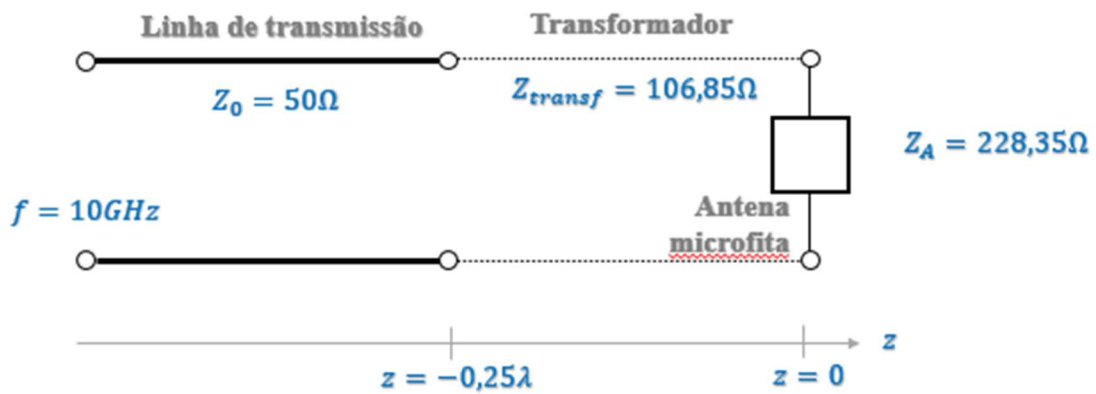
Fonte: autoria própria, 2020

Para a antena de microfita retangular de impedância $Z_A = 228,35\Omega$, a impedância do transformador é expressa pela equação 70 com base na equação 66.

$$\begin{aligned} Z_{transf} &= \sqrt{Z_0 Z_A} \\ Z_{transf} &= \sqrt{50\Omega \cdot 228,35\Omega} \\ Z_{transf} &= 106,85\Omega \end{aligned} \quad (70)$$

A solução para o casamento é mostrada na figura 31.

Figura 31 - Solução para casamento com transformador de quarto de onda com a antena de microfita retangular



Fonte: autoria própria, 2020

4.2 CASAMENTO COM TOCOS

Tanto para a obtenção dos parâmetros do toco simples como do toco duplo, inicia-se calculando a impedância normalizada da antena na equação 71, através da equação 53.

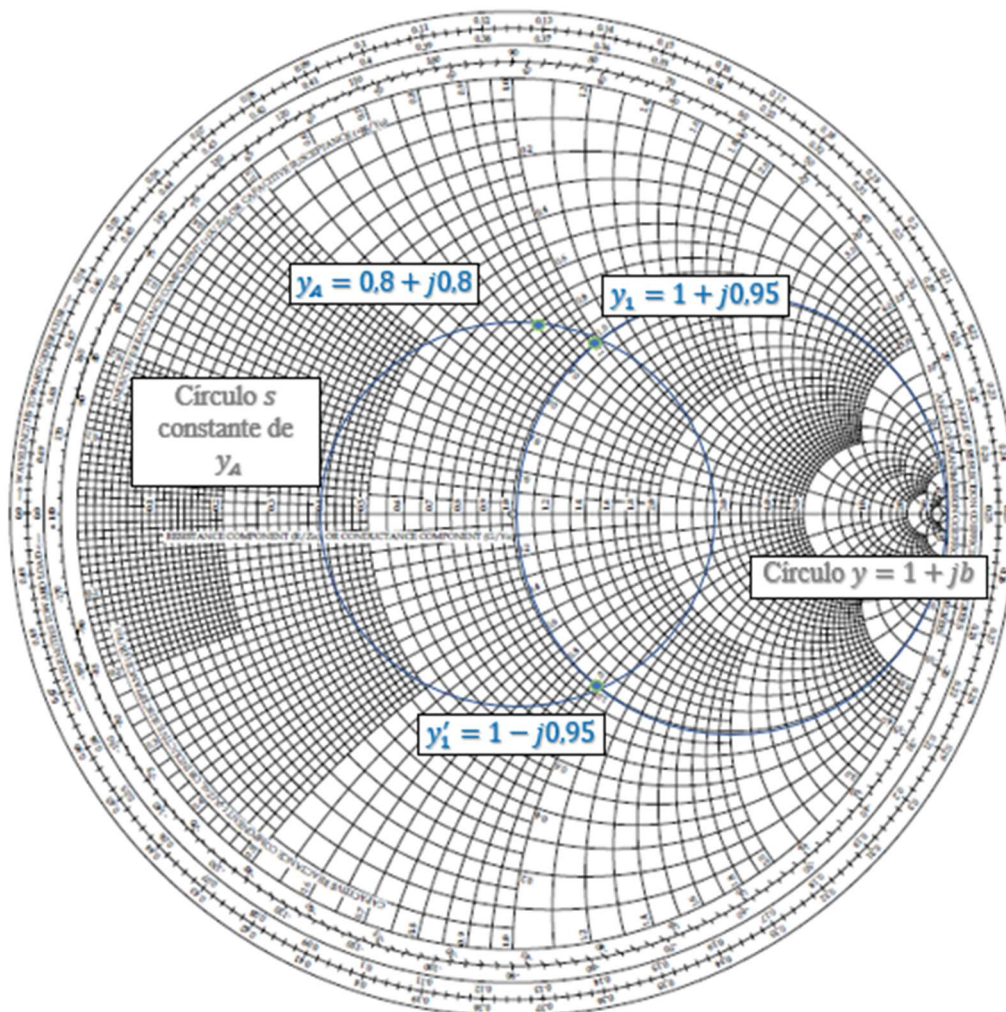
$$\begin{aligned} z_A &= \frac{Z_A}{Z_0} \\ z_A &= \frac{(30,44 - j30,44)\Omega}{50\Omega} = 0,61 - j0,61 \end{aligned} \quad (71)$$

Com a aproximação para $z_A = 0,6 - j0,6$, traça-se seu círculo de s constante e desloca-se 180° nele a partir de z_A para obter aproximadamente $y_A = 0,8 + j0,8$. A partir disso, a carta de Smith é considerada de admitâncias.

4.2.1 Casamento com toco simples

Através da interseção do círculo de s constante de y_A com a circunferência que possui $g = 1$ (de equação $y = 1 + jb$), foram localizadas as admitâncias $y_1 = 1 + jb_1 = 1 + j0,95$ e $y_1' = 1 - jb_1' = 1 - j0,95$. A figura 29 mostra os pontos y_A , y_1 e y_1' , além do círculo de s constante.

Figura 32 - Pontos y_A , y_1 e y_1' na carta para casamento com toco simples



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Com auxílio da escala mais externa, obtiveram-se aproximadamente as menores distâncias expressos nas equações 65 e 66 partindo da impedância normalizada y_A deslocando-se sobre o círculo de s constante em sentido horário até, respectivamente os pontos y_1 e y_1' .

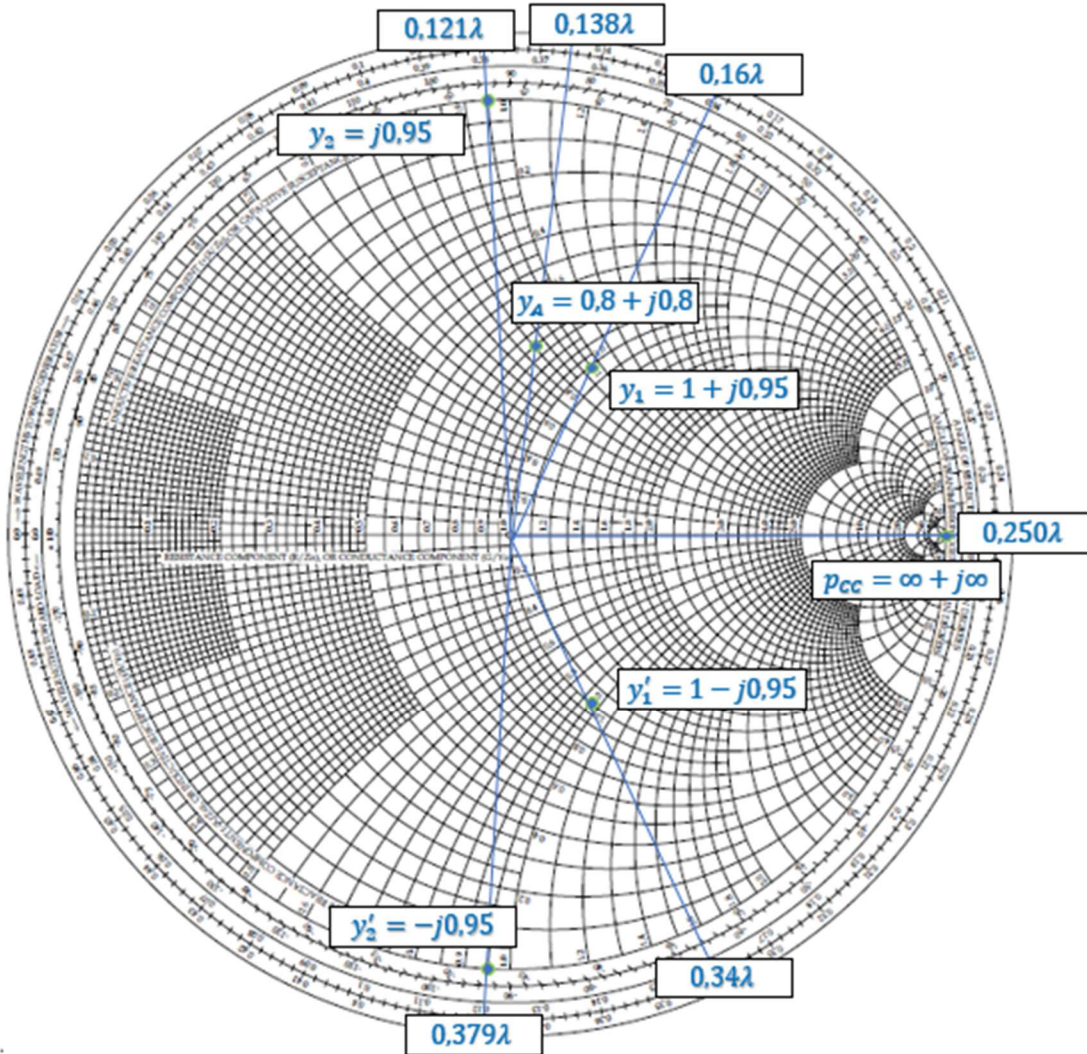
$$l_{TOCO} = 0,160\lambda - 0,138\lambda = 0,022\lambda \quad (64)$$

$$l'_{TOCO} = 0,340\lambda - 0,138\lambda = 0,202\lambda \quad (65)$$

Os comprimentos d_{TOCO} e d_{TOCO}' são obtidos medindo-se as menores distâncias em comprimentos de onda com auxílio da escala mais externa partindo do ponto p_{CC} (pois o toco é curto-circuitado), que possui $g = \infty$ e $b = \infty$, deslocando-se sobre a circunferência $y = 0 + jb$ em sentido horário até, respectivamente os pontos $y_2 = jb_0 = j0,95$ e $y_2' = -jb_0 = -j0,95$.

A figura 33 mostra os pontos y_1 , y_1' , y_2 , y_2' e p_{CC} e suas posições na escala mais externa da periferia da carta.

Figura 33 - Pontos y_1 , y_1' , y_2 , y_2' e p_{cc} e suas posições na escala mais externa da periferia da carta para casamento com toco simples



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

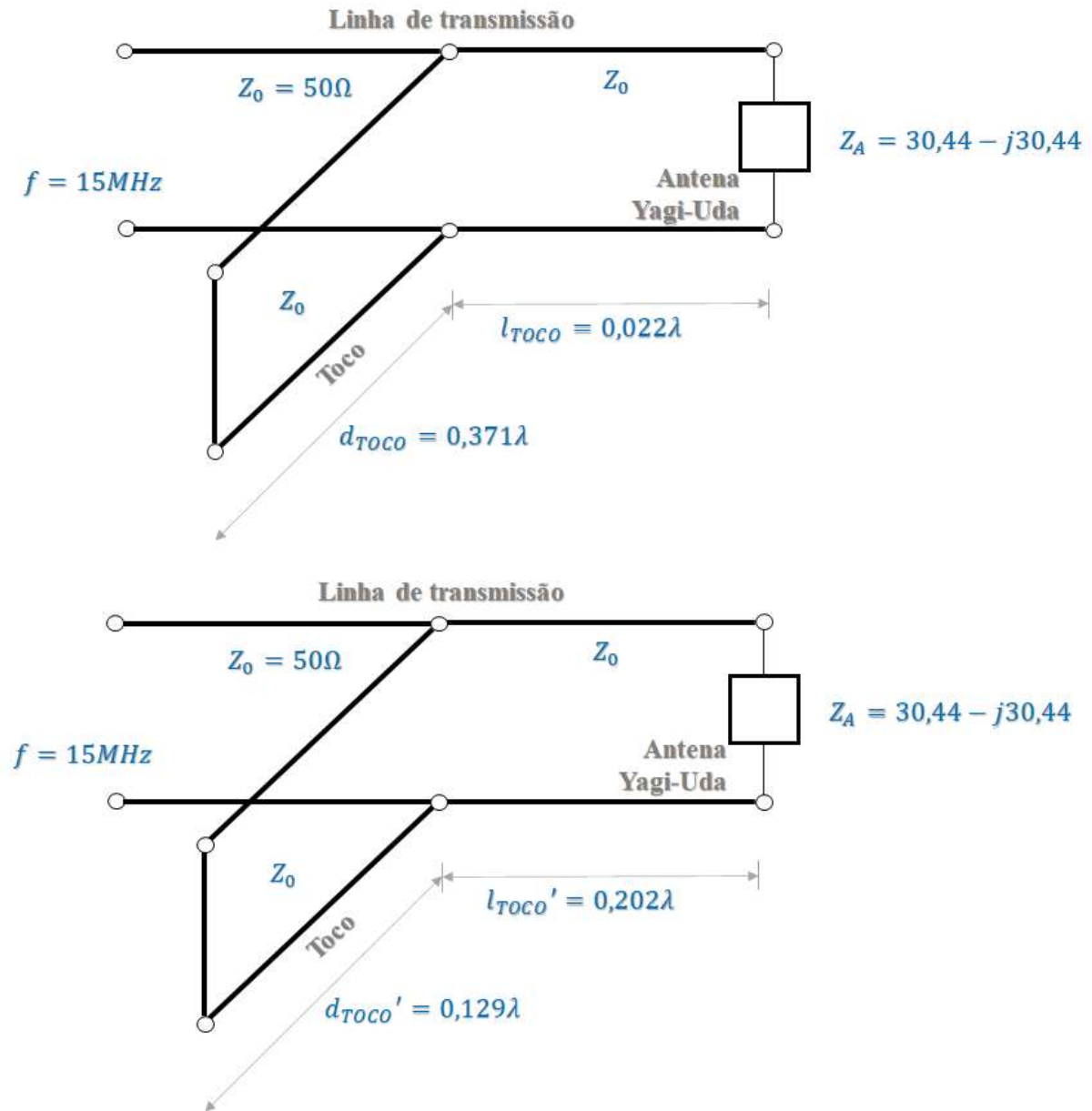
As distâncias d_{TOCO} e d_{TOCO}' são expressas nas equações 72 e 73.

$$d_{TOCO} = (0,500\lambda - 0,250\lambda) + (0,121\lambda - 0\lambda) = 0,371\lambda \quad (72)$$

$$d_{TOCO}' = 0,379\lambda - 0,250\lambda = 0,129\lambda \quad (73)$$

Assim, se obtém duas possíveis soluções para o casamento com toco simples em paralelo: uma com $l_{TOCO,1}$ e $d_{TOCO,1}$ e outra com $l_{TOCO,2}$ e $d_{TOCO,2}$, mostradas na figura 31.

Figura 34 - Soluções para casamento com teco simples e com a antena Yagi-Uda



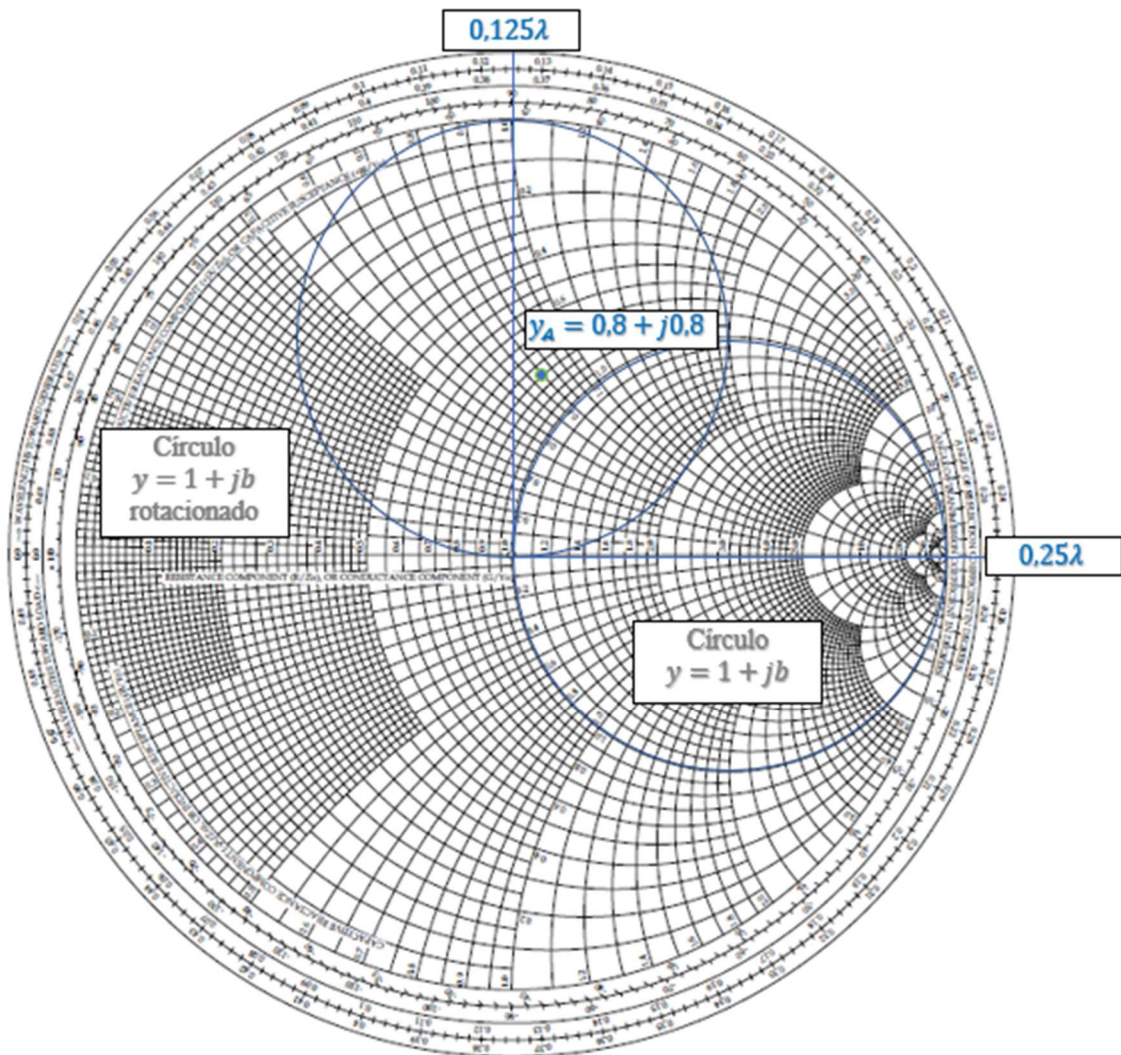
Fonte: autoria própria, 2020

4.2.2 Casamento com teco duplo

Com a admitância normalizada y_A plotada na carta de admitâncias, traça-se o circunferência com $g = 1$, $y = 1 + jb$ e, em seguida, desloca-se o centro da circunferência $y = 1 + jb$ no sentido do gerador para a antena (sentido anti-horário) pela distância $d = 0,125\lambda$ entre tocos, com auxílio da escala mais externa, chegando até a posição que será o

centro da circunferência rotacionada, que é traçada a partir dele com um raio $\Gamma = 0,5$, como mostra a figura 32.

Figura 35 – Admitância normalizada y_A e círculos $y = 1 + jb$ e $y = 1 + jb$ rotacionado em $d = 0,125\lambda$ no sentido da antena para casamento com toco duplo

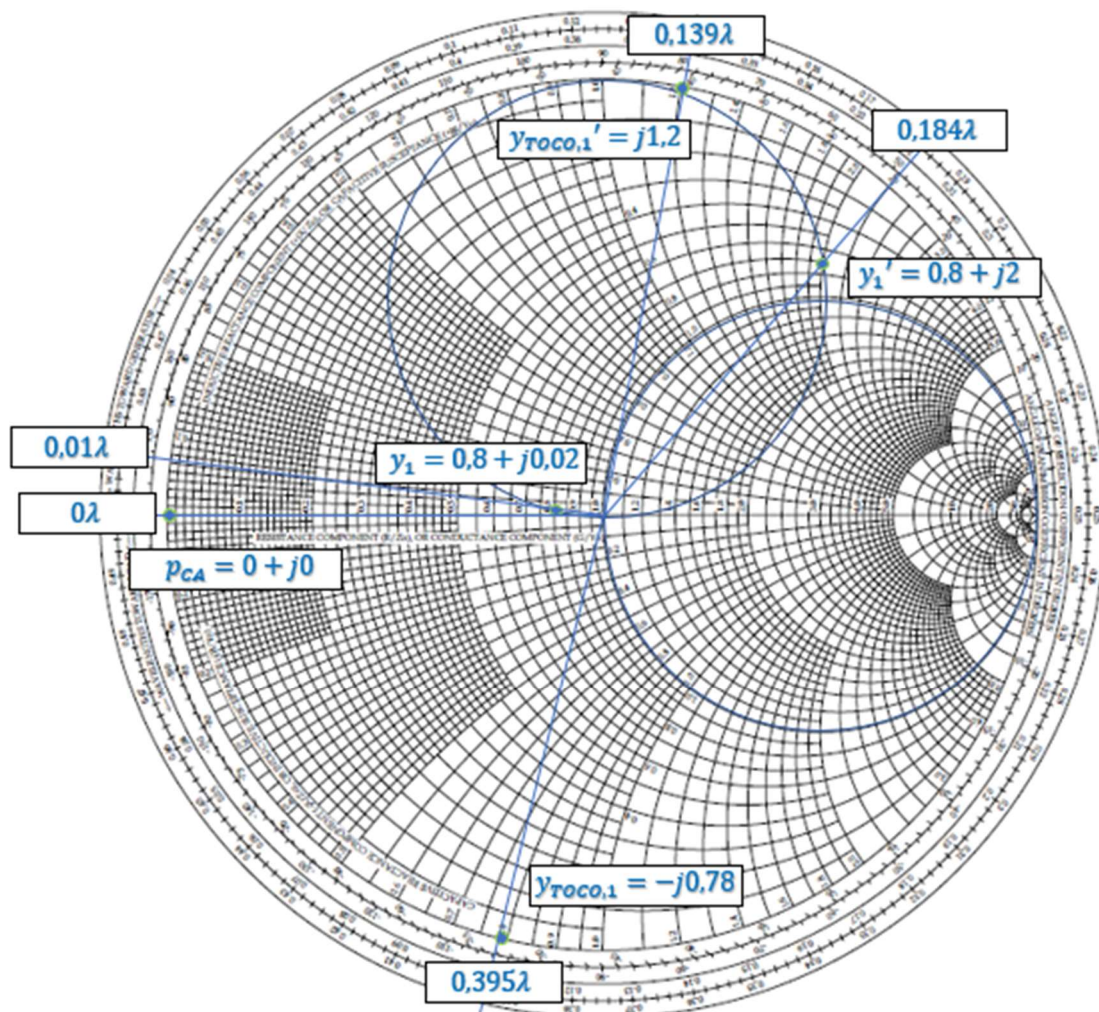


Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Então, busca-se a interseção da circunferência de condutância da antena constante $y = g_A + jb = 0,8 + jb$ com a circunferência $y = 1 + jb$ rotacionada. Obtém-se assim, os dois pontos $y_1 = 0,8 + jb_1 = 0,8 + j0,02$ e $y'_1 = 0,8 + jb'_1 = 0,8 + j2$. Com eles, pode-se obter as duas soluções para a susceptância do primeiro toco, cuja admitância terá as soluções $y_{Toco,1} = j(b_1 - 0,8) = -j0,78$ e $y_{Toco,1}' = j(b'_1 - 0,8) = j1,2$. O comprimento do

primeiro toco, então, terá duas soluções: a distância l_1 em comprimentos de onda em sentido da antena ao gerador (horário) do ponto p_{CA} até $y_{TOCO,1}$ e, analogamente, a distância l_1' do ponto p_{CA} até $y_{TOCO,1}'$. A figura 36 mostra os pontos p_{CA} , y_1 , y_1' , $y_{TOCO,1}$ e $y_{TOCO,1}'$, além das suas posições na escala mais exterior na periferia da carta.

Figura 36 – Pontos p_{CA} , y_1 , y_1' , $y_{TOCO,1}$ e $y_{TOCO,1}'$, além das suas posições na escala mais exterior na periferia da carta para casamento com toco duplo



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

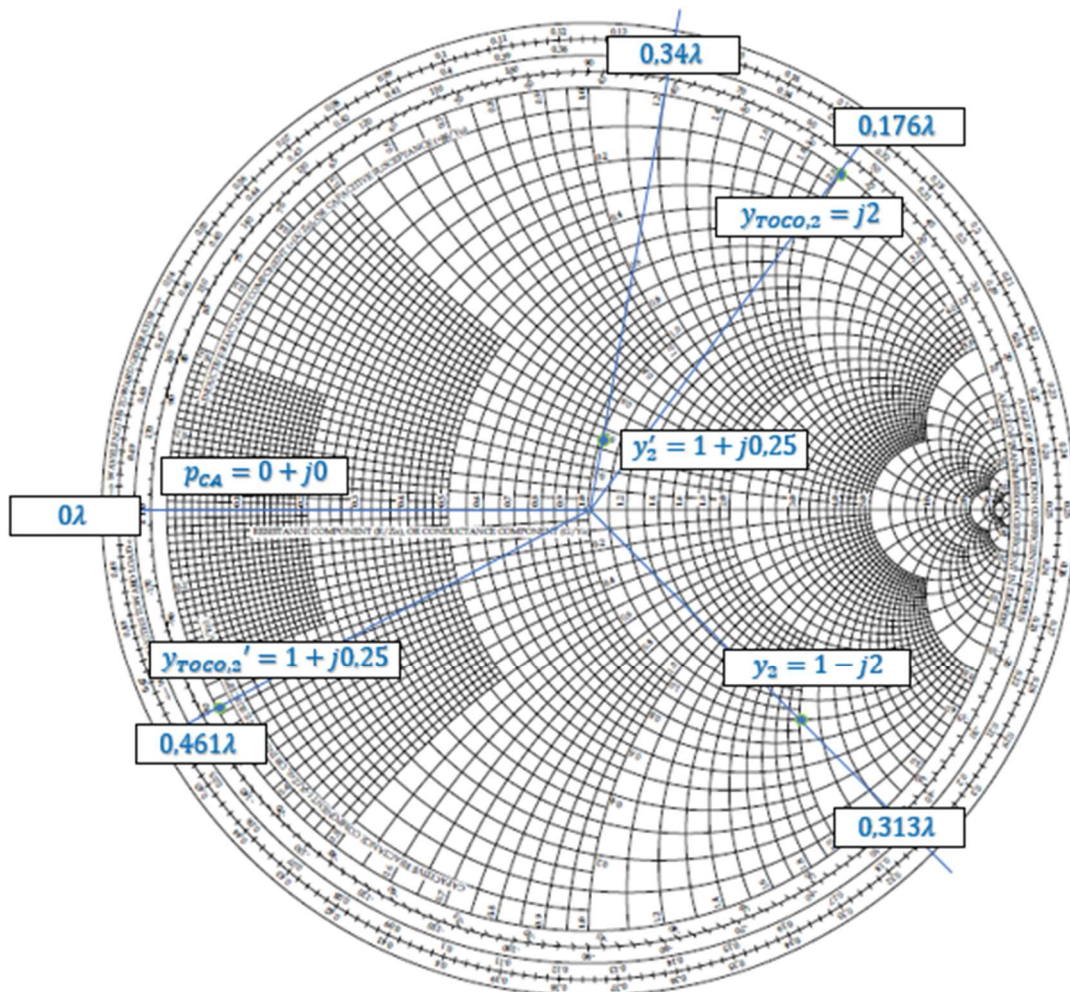
As distâncias l_1 e l_1' são expressas nas equações 69 e 70.

$$l_1 = 0,139\lambda - 0\lambda = 0,139\lambda \quad (69)$$

$$l'_1 = 0,395\lambda - 0\lambda = 0,395\lambda \quad (70)$$

Desloca-se então sobre os círculos de s constante das admitâncias y_1 e y_1' pela distância d em sentido da antena ao gerador (horário), até a circunferência $y = 1 + jb$, obtendo-se, respectivamente, os pontos $y_2 = 1 + jb_2 = 1 - j2$ e $y'_2 = 1 + jb'_2 = 1 + j0,25$. Logo, a susceptância do segundo toco terá duas soluções: $y_{TOCO,2} = j(0 - b_2) = j2$ e $y'_{TOCO,2} = j(0 - b'_2) = -j0,25$. O comprimento do segundo toco, então, terá duas soluções: a distância l_2 em comprimentos de onda em sentido da antena ao gerador (horário) do ponto p_{CA} até $y_{TOCO,2}$ e, analogamente, a distância l'_2 do ponto p_{CA} até $y'_{TOCO,2}$. A figura 37 mostra os pontos y_2 , y'_2 , $y_{TOCO,2}$ e $y'_{TOCO,2}$ e suas posições na escala mais externa da periferia da carta.

Figura 37 - Pontos y_2 , y'_2 , $y_{TOCO,2}$ e $y'_{TOCO,2}$ e suas posições na escala mais externa da periferia da carta para casamento com toco duplo



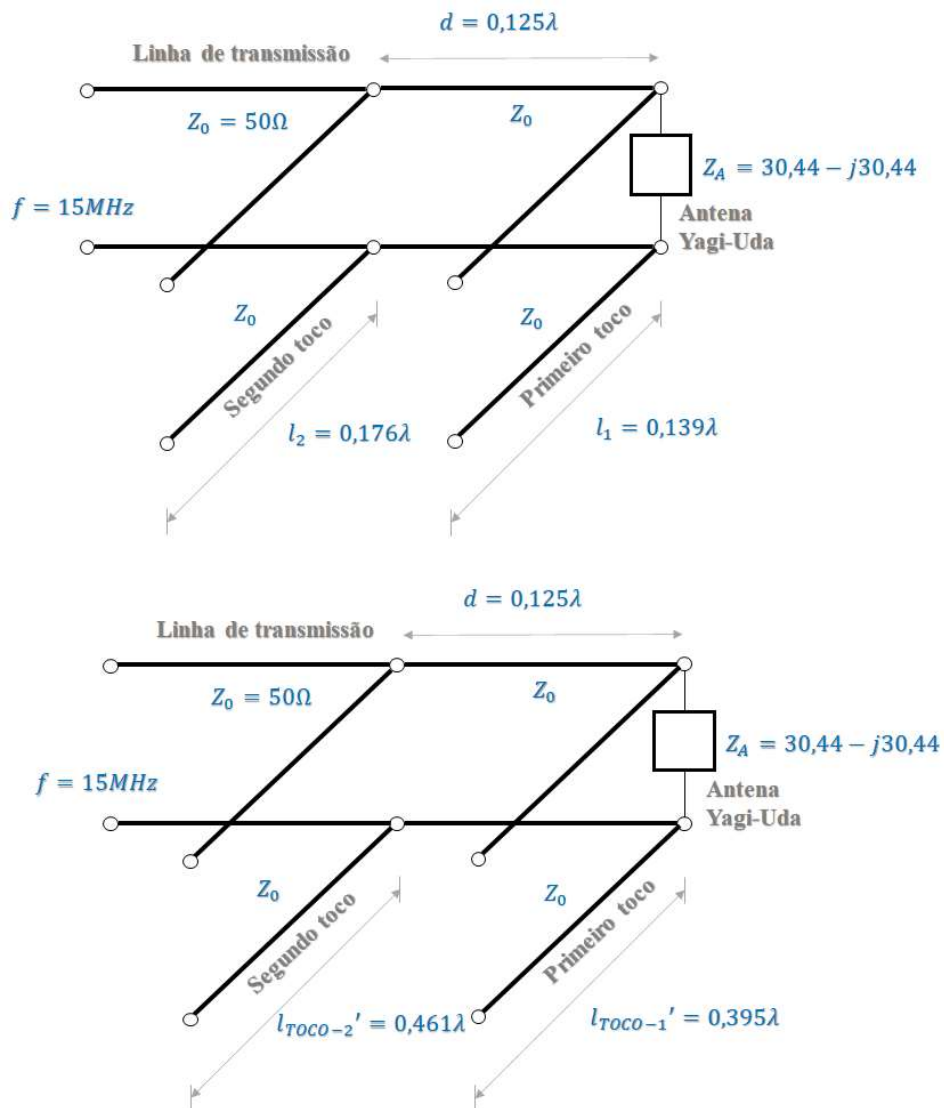
As distâncias l_2 e l_2' são expressas nas equações 74 e 75.

$$l_2 = 0,176\lambda - 0\lambda = 0,176\lambda \quad (74)$$

$$l_2' = 0,461\lambda - 0\lambda = 0,461\lambda \quad (75)$$

As duas soluções possíveis para o casamento por teco duplo são mostradas na figura 38.

Figura 38 - Soluções para casamento com teco duplo e com a antena Yagi-Uda



Fonte: autoria própria, 2020

4.3 CASAMENTO COM CIRCUITOS LC

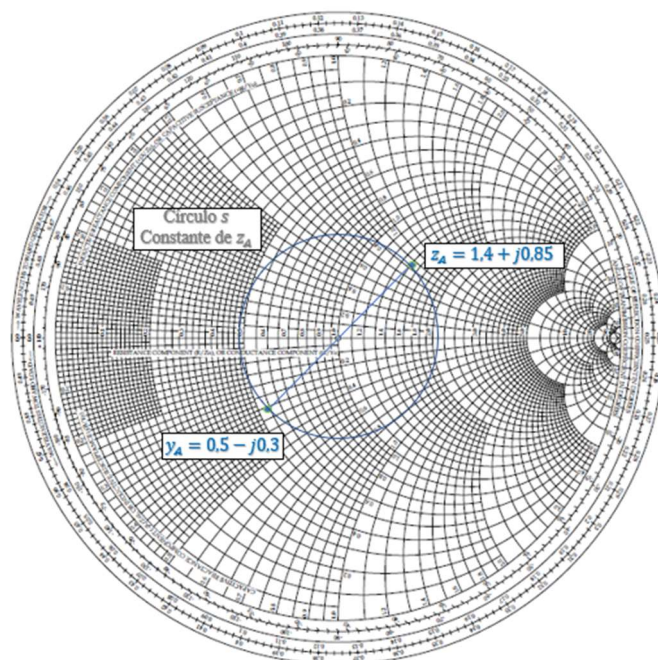
Para a antena dipolo vertical de meio comprimento de onda sobre um plano condutor, calcula-se a impedância normalizada com a equação 76, através da equação 53.

$$z_A = \frac{Z_A}{Z_0}$$

$$z_A = \frac{(72 + j42,5)\Omega}{50\Omega} = 1,44 + j0,85 \quad (76)$$

Como a impedância normalizada está dentro do círculo $z = 1 + jx$, então o elemento mais próximo da antena será em paralelo. Então, inicia-se plotando a impedância normalizada da antena aproximada para $z_A = 1,4 + j0,85$ na carta. Traçando o seu círculo s e deslocando-se 180° sobre ele a partir de z_A , converte-se a impedância em admitância normalizada aproximada em $y_A = 0,5 - j0,3$. A figura 39 mostra os pontos z_A e y_A e o círculo de s constante deles.

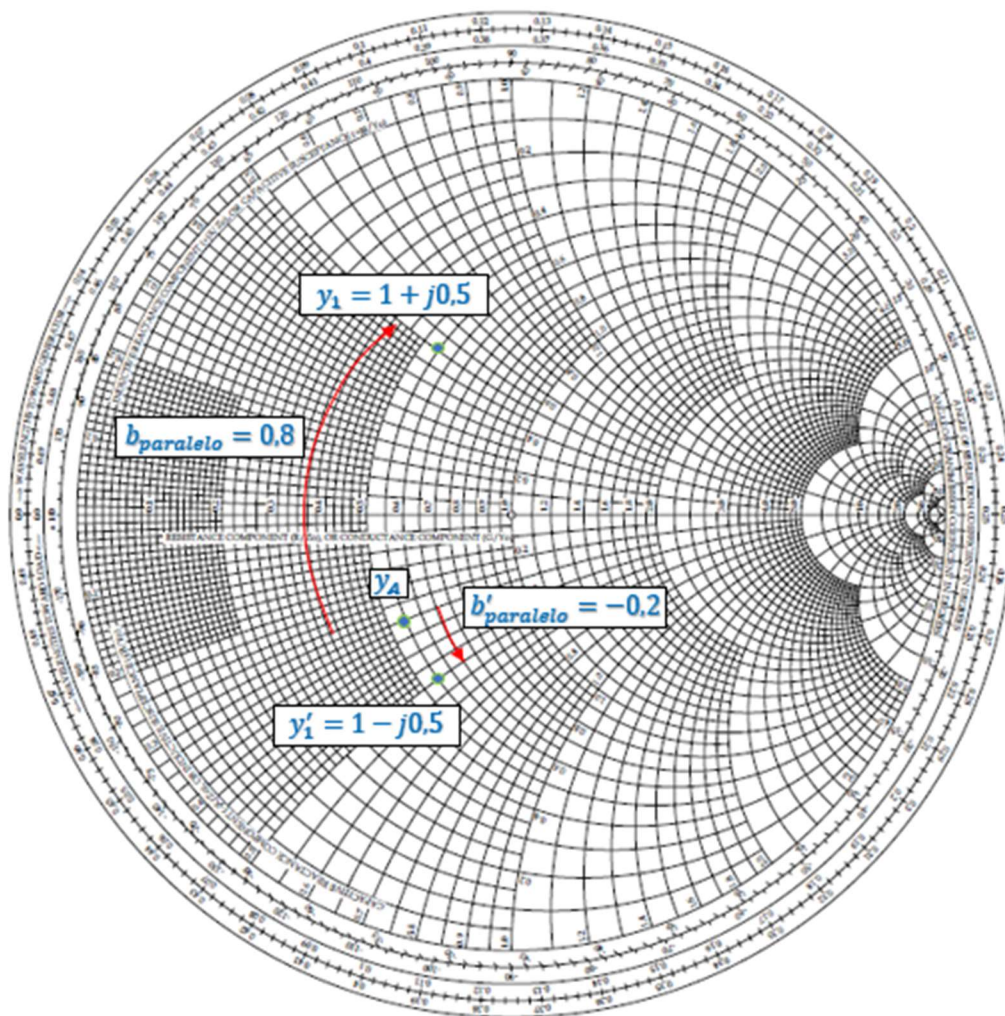
Figura 39 - Pontos z_A e y_A e o círculo de s constante deles para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Considerando a carta de admitâncias, desloca-se a partir desse ponto sobre seu círculo de g constante, $y = g_A + jb = 0,5 + jb$, até a interseção com o círculo de $r = 1$ (ambos mostrados na figura 40), que ocorre nos pontos $y_1 = 1 + jx_1 = 1 + j0,5$ e $y'_1 = 1 + jx'_1 = 1 - j0,5$. Para realizar esse deslocamento, insere-se um elemento em paralelo com susceptância $b_{paralelo} = b_1 - b_A = 0,8$ ou $b_{paralelo}' = b'_1 - b_A = -0,2$. A figura 40 também mostra os pontos y_A , y_1 e y'_1 e os deslocamentos de susceptância $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$.

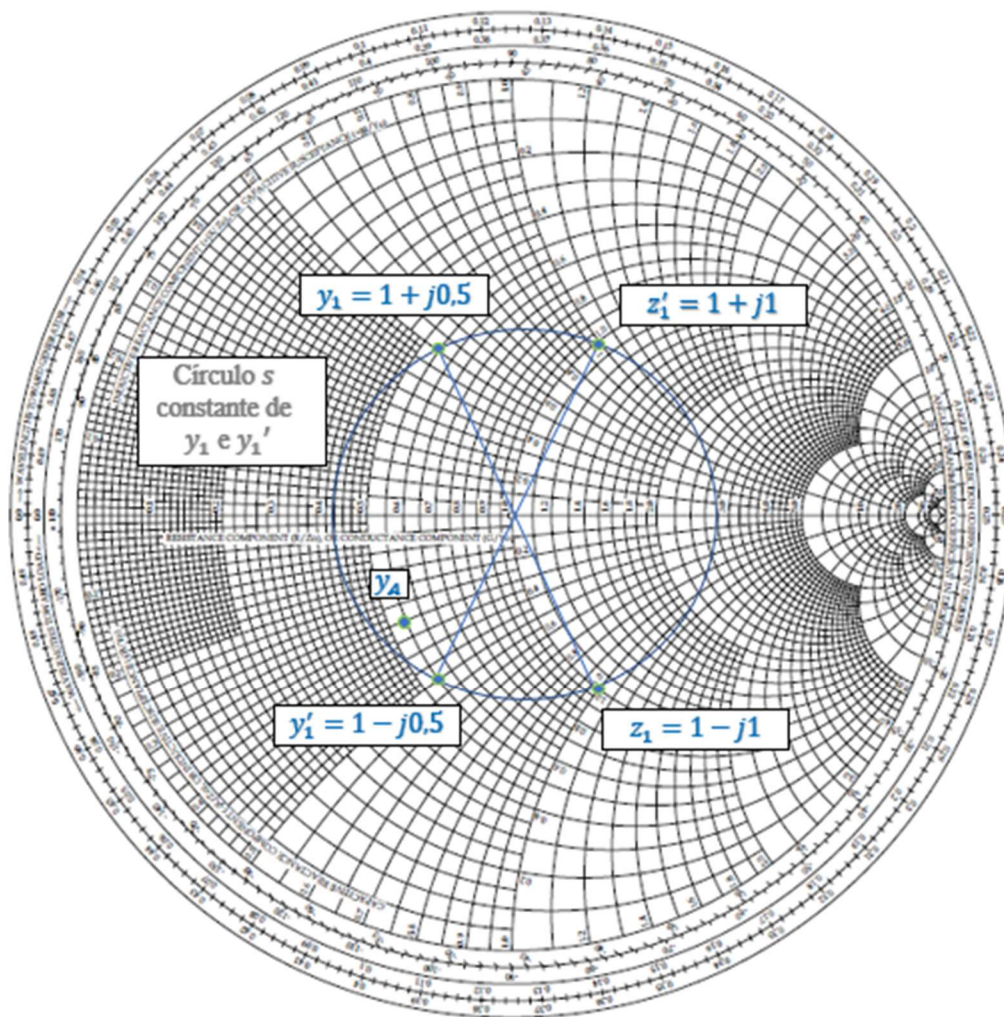
Figura 40 – Círculos $y = 0,5 + jb$ e $r = 1$ na carta de admitâncias, pontos y_A , y_1 e y'_1 e deslocamentos de susceptância $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$ para o primeiro elemento do casamento da antena dipolo vertical



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Já o segundo elemento, nesse caso, será em série. Assim, convém converter as admitâncias y_1 e y_1' em impedâncias z_1 ou z_1' traçando seus círculos de s constante e deslocando-se 180° sobre ele a partir desses pontos, obtendo-se aproximadamente $z_1 = 1 + jx_1 = 1 - j1$ e $z_1' = 1 + jx_1' = 1 + j1$. A figura 41 mostra os pontos y_1, y_1', z_1 e z_1' .

Figura 41 – Pontos y_1, y_1', z_1 e z_1' e seu círculo de s constante para casamento da antena dipolo vertical com circuito LC

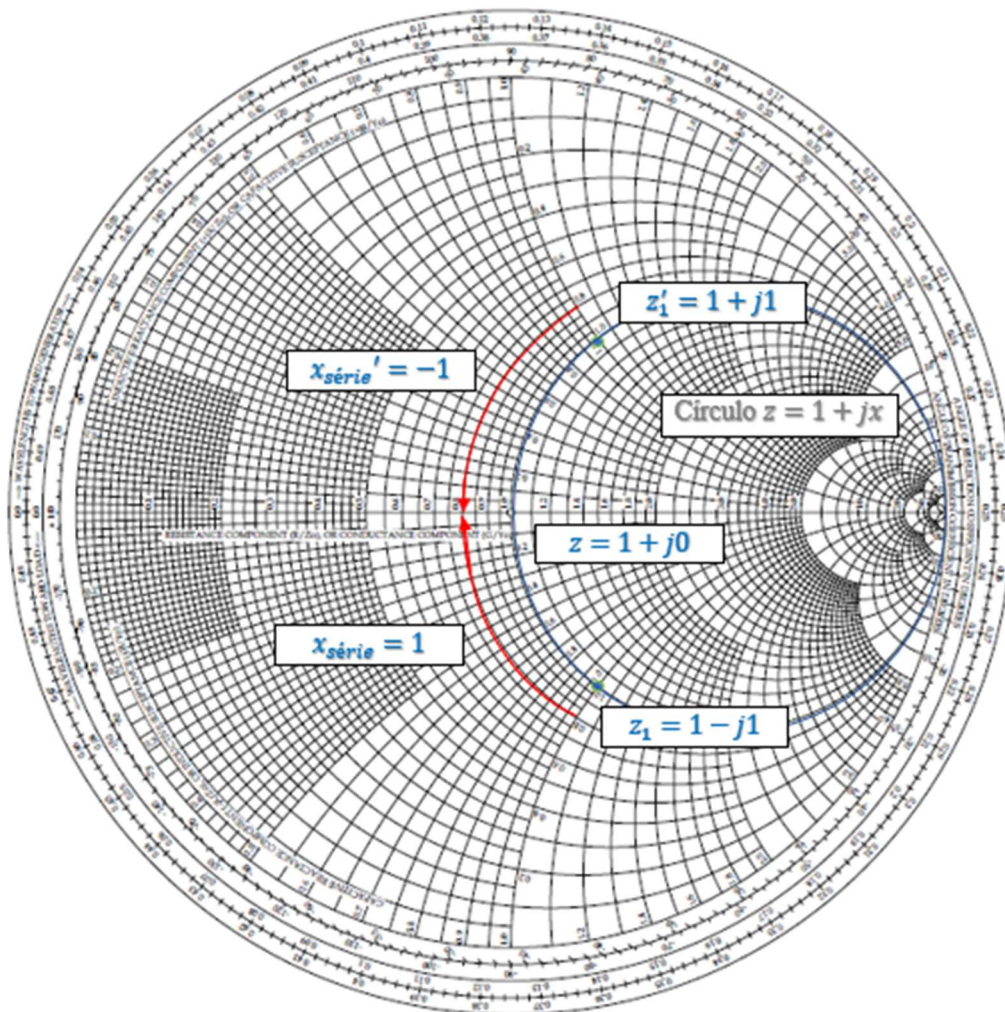


Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Para deslocar-se a partir desses pontos z_1 e z_1' pela circunferência $z = 1 + jx$ na carta de impedâncias (mostrada na figura 39) até o centro da carta, no ponto que possui $r = 1$ e $x = 0$, deve-se adicionar um elemento em série que possua reatâncias iguais a,

respectivamente, $x_{\text{série}} = 0 - x_1 = 1$ e $x'_{\text{série}} = 0 - x'_1 = -1$. A figura 42 também mostra os pontos z_1 e z'_1 e os deslocamentos de reatância $x_{\text{série}}$ e $x'_{\text{série}}$.

Figura 42 – Círculo $1 + jx$, pontos z_1 e z'_1 e deslocamentos $x_{\text{série}}$ e $x'_{\text{série}}$ para o segundo elemento do casamento da antena dipolo vertical



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Com as equações 67 e 68, obtém-se os valores de indutâncias e capacitâncias a partir das reatâncias normalizadas indutivas ($x > 0$) e capacitivas ($x < 0$) e das susceptâncias normalizadas indutivas ($b < 0$) e capacitivas ($b > 0$), mostradas nas equações 77, 78, 79 e 80, sendo $n = 10^{-9}$ e $p = 10^{-12}$.

$$L = \frac{Z_0 x_{\text{série}}}{2\pi f} = \frac{50 \cdot 1}{2\pi(200 \cdot 10^6)} = 39,79nH \quad (77)$$

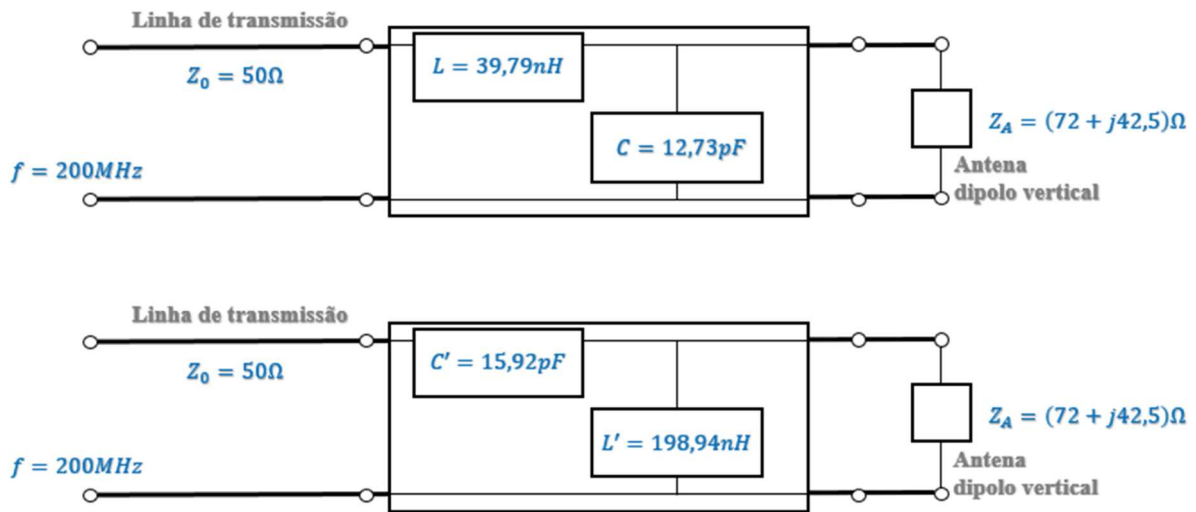
$$C = \frac{b_{\text{paralelo}}}{2\pi f Z_0} = \frac{0,8}{2\pi(200 \cdot 10^6) \cdot 50} = 12,73pF \quad (78)$$

$$L' = -\frac{Z_0}{2\pi f b_{\text{paralelo}}'} = -\frac{50}{2\pi(200 \cdot 10^6)(-0,2)} = 198,94nH = 198,94nH \quad (79)$$

$$C' = -\frac{1}{2\pi f Z_0 x_{\text{série}}'} = -\frac{1}{2\pi(200 \cdot 10^6) \cdot 50 \cdot (-1)} = 15,92pF \quad (80)$$

As duas soluções possíveis para o casamento da antena dipolo vertical e a linha de transmissão por circuitos LC são mostradas na figura 43.

Figura 43 - Soluções para casamento da antena dipolo vertical com circuitos LC



Fonte: autoria própria, 2020

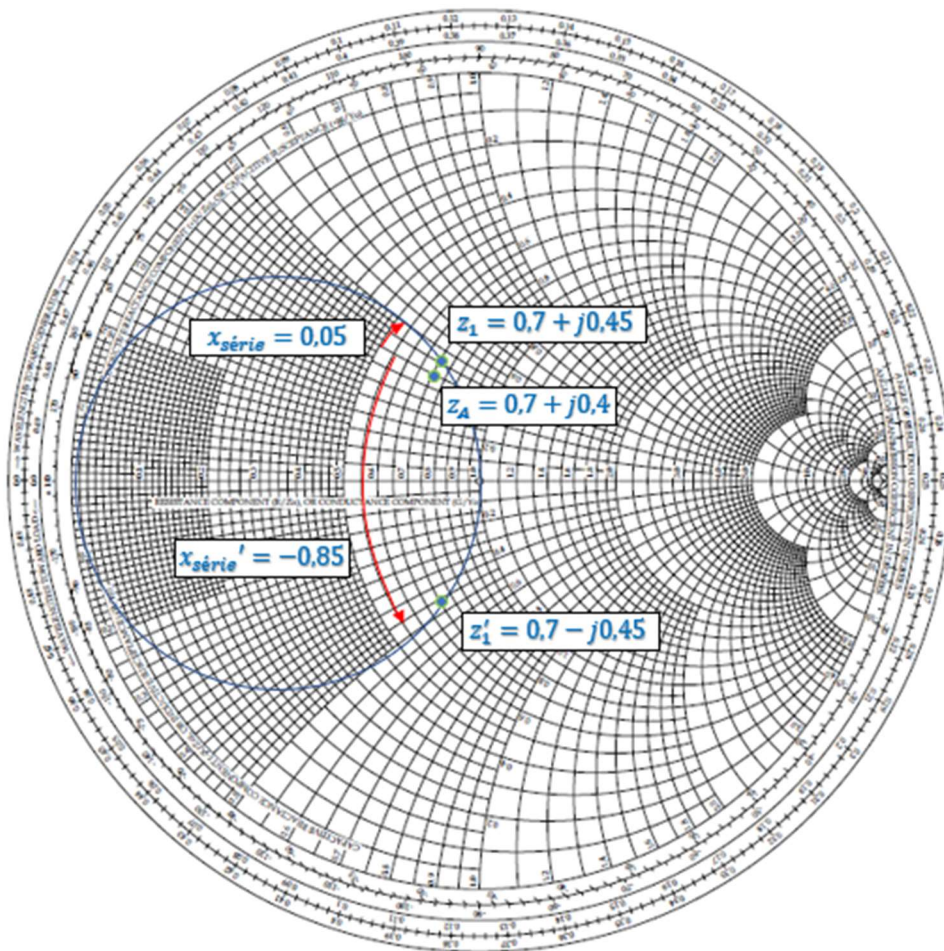
Para a antena monopolo vertical de meio comprimento de onda sobre um plano condutor, calcula-se a impedância normalizada equação 81, através da equação 53.

$$z_A = \frac{Z_A}{Z_0}$$

$$z_A = \frac{(36 + j21,25)\Omega}{50\Omega} = 0,72 + j0,43 \quad (81)$$

Como a impedância normalizada está fora do círculo $z = 1 + jx$, então o elemento mais próximo da antena será em série. Então, inicia-se plotando a impedância normalizada da antena aproximada para $z_A = r_A + jx_A = 0,7 + j0,4$ na carta. A partir desse ponto, desloca-se sobre a circunferência $z = r_A + jx = 0,7 + jb$ até a interseção com a circunferência $g = 1 + jb$ na carta de impedâncias (ambas mostradas na figura 42), que ocorre nos pontos $z_1 = 0,7 + jx_1 = 0,7 + j0,45$ e $z_1' = 0,7 + jx_1' = 0,7 - j0,45$. A figura 41 também mostra a posição de z_A . Para realizar esse deslocamento, insere-se o elemento em série com reatância $x_{série} = x_1 - x_A = 0,05$ e $x_{série}' = x_1' - x_A = -0,85$. A figura 44 mostra os pontos z_A , z_1 e z_1' e os deslocamentos de reatância $x_{série}$ e $x_{série}'$.

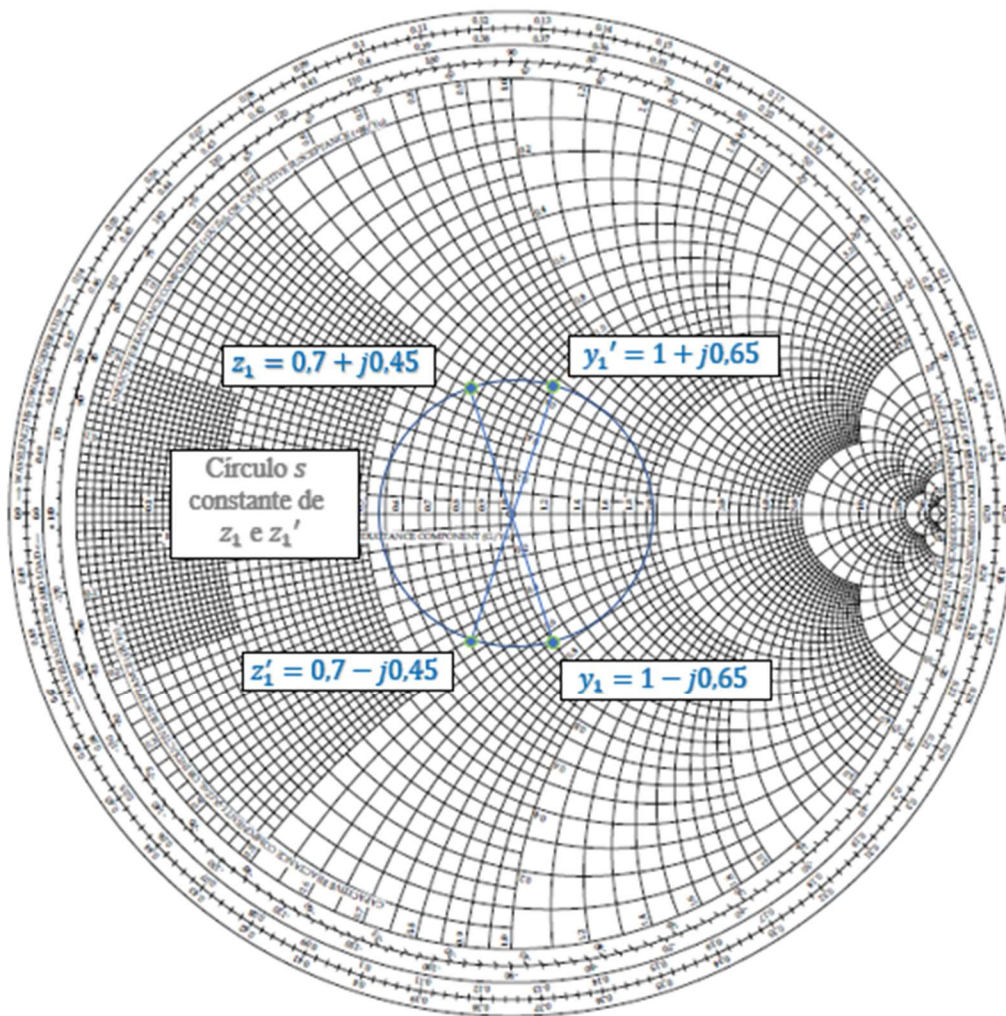
Figura 44 – Pontos z_A , z_1 e z_1' e deslocamentos $x_{série}$ e $x_{série}'$ para o primeiro elemento do casamento da antena monopolo vertical com circuito LC



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Já o segundo elemento, nesse caso, será em paralelo. Assim, convém converter as impedâncias z_1 e z_1' em admitâncias traçando seus círculos de s constante (mostrados na figura 42) e deslocando-se 180° sobre ele a partir desses pontos, obtendo-se aproximadamente $y_1 = 1 + jb_1 = 1 - j0,65$ e $y_1' = 1 + j0,65$. A figura 45 também mostra os pontos z_1 , z_1' , y_1 e y_1' .

Figura 45 – Pontos z_1 , z_1' , y_1 e y_1' e seu círculo de s constante para casamento da antena monopolo vertical com circuito LC

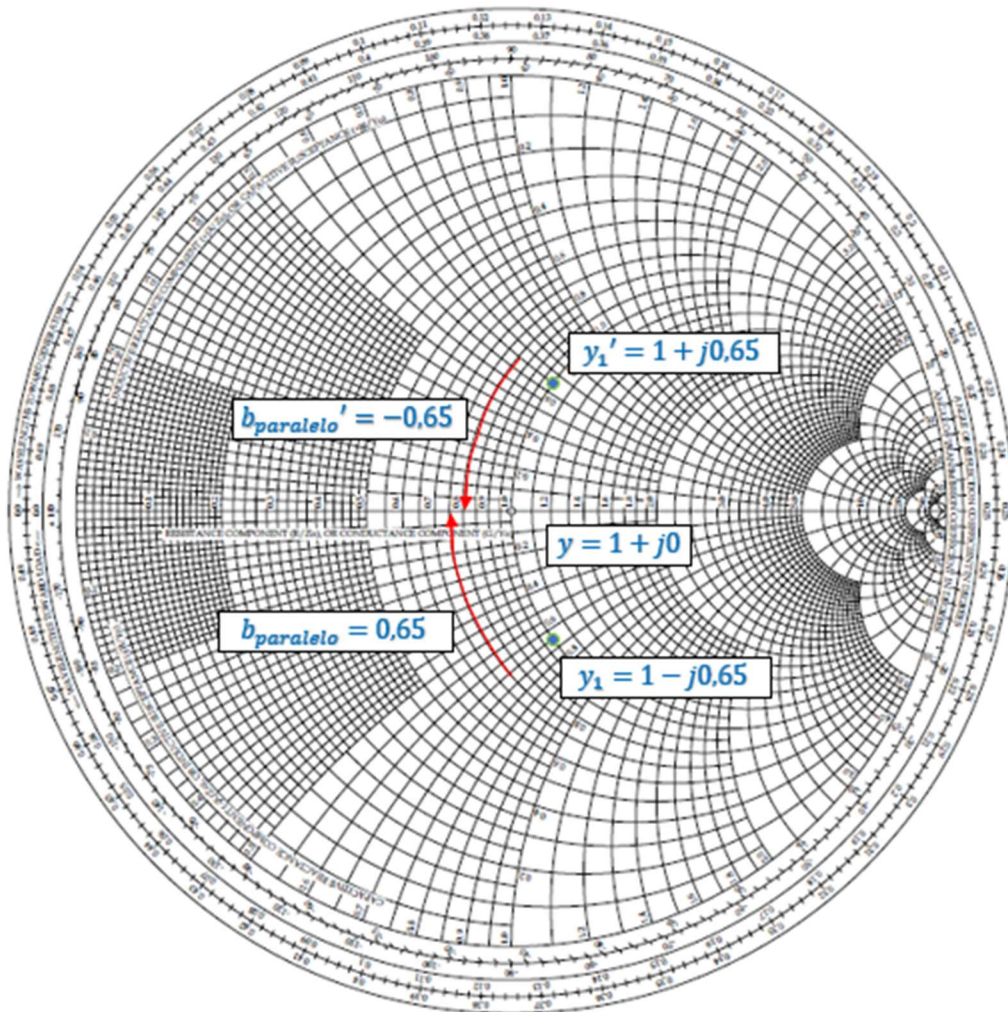


Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Desloca-se, então, a partir desses pontos sobre a circunferência $y = 1 + jb$ até o centro da carta, em $g = 1$ e $b = 0$. Para realizar esse deslocamento, deve-se adicionar um elemento em paralelo que possua uma susceptância $b_{paralelo} = 0 - b_1 = 0,65$ ou $b'_{paralelo} =$

$0 - b'_1 = -0,65$. A figura 46 mostra os pontos y_1 e y'_1 e os deslocamentos de reatância $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$.

Figura 46 – Pontos y_1 e y'_1 e deslocamentos $b_{paralelo}$ e $b_{paralelo}'$ para segundo elemento do casamento da antena monopolo vertical com circuito LC



Fonte: adaptado de RUSSEL, 2020

Com as equações 67 e 68, obtém-se os valores de indutâncias e capacitâncias a partir das reatâncias normalizadas indutivas ($x > 0$) e capacitivas ($x < 0$) e das susceptâncias normalizadas indutivas ($b < 0$) e capacitivas ($b > 0$), mostradas nas equações 82, 83, 84 e 85, sendo $n = 10^{-9}$ e $p = 10^{-1}$.

$$L = \frac{Z_0 x_{\text{série}}}{2\pi f} = \frac{50 \cdot 0,05}{2\pi(200 \cdot 10^6)} = 1,99nH \quad (82)$$

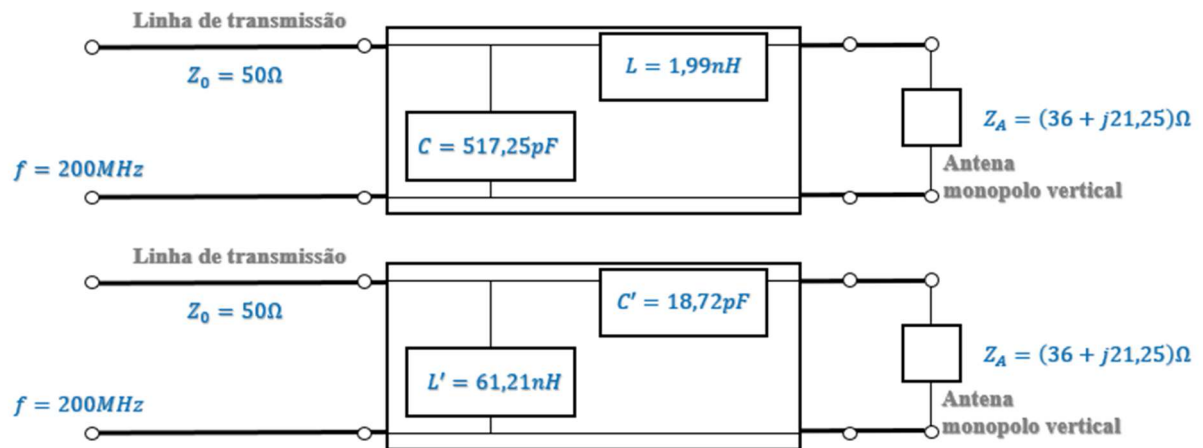
$$C = \frac{b_{\text{paralelo}}}{2\pi f Z_0} = \frac{0,65}{2\pi(200 \cdot 10^6) \cdot 50} = 517,25pF \quad (83)$$

$$L' = -\frac{Z_0}{2\pi f b_{\text{paralelo}}'} = -\frac{50}{2\pi(200 \cdot 10^6)(-0,65)} = 61,21nH \quad (84)$$

$$C' = -\frac{1}{2\pi f Z_0 x_{\text{série}}'} = -\frac{1}{2\pi(200 \cdot 10^6) \cdot 50 \cdot (-0,85)} = 18,72pF \quad (85)$$

As duas soluções possíveis para o casamento da antena monopolo vertical e a linha de transmissão por circuitos LC são mostradas na figura 47.

Figura 47 - Soluções para casamento da antena monopolo vertical com circuitos LC



Fonte: autoria própria, 2020

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A fundamentação teórica sobre os parâmetros da conexão entre linha de transmissão e antena foi realizada com sucesso, apresentando muitas vezes a demonstração das equações.

Foi possível, também, apresentar a Carta de Smith e seus principais parâmetros, embora nem todos aqueles que constam na carta do anexo A deste projeto tenham sido abordados. A melhor compreensão sobre ela se dá, certamente, a partir do exercício de seu uso com valores, o que pode ser conseguido nos resultados dos casamentos com tocos e com circuitos LC deste projeto.

A condição do casamento de impedância foi explanada de forma com êxito utilizando-se das equações apresentadas na seção que aborda sobre linha de transmissão e pelo teorema de máxima transferência de potência.

As técnicas de casamento foram devidamente explicadas, embora as resoluções por carta de Smith dos casamentos com tocos e circuitos LC sejam melhor compreendidas também na seção de resultados.

A metodologia conseguiu considerar algumas restrições descritas na fundamentação teórica, como o casamento com transformador de quarto de onda apenas de impedâncias de antenas resistivas, na conexão de toco simples curto-circuitado e em paralelo, bem como de toco duplo conectado em paralelo, e de frequência de circuitos LC abaixo de 1GHz.

As soluções obtidas para o casamento com transformador de quarto de onda foram satisfatórias. As conseguidas para o casamento com toco simples diferiram na maior dimensão: a distância da antena e o comprimento da seção. Já para o toco duplo, uma das soluções apresentou dimensões menores, podendo ser preferida para implementação. O casamento com circuitos LC ofereceu soluções entre as quais uma delas apresentou menores valores para indutância e capacitância, que pode ser uma vantagem sobre a outra, embora deva-se fazer um estudo sobre qual delas possui maior semelhança com indutores e capacitores reais.

Foi realizado com sucesso também o detalhamento das resoluções da aplicação da metodologia. Nos resultados se obtiveram respostas que foram aproximadas, dada a imprecisão do método gráfico pela carta de Smith, quando ele foi aplicado. Não foi realizada uma análise aprofundada da sensibilidade das soluções obtidas à mudança de frequência, sendo um estudo sugerido para trabalhos futuros, bem como a utilização de outras técnicas de casamento.

Ao fim deste projeto, concluiu-se todos os objetivos específicos esperados e, portanto, este projeto cumpriu seu objetivo geral, trazendo no seu conteúdo um material complementar para estudo sobre linhas de transmissão, Carta de Smith, casamento de impedâncias e algumas de suas técnicas.

REFERÊNCIAS

- ABRACON. **Antenna Impedance Matching - Simplified**. Disponível em: <<https://abracon.com/uploads/resources/Abracon-White-Paper-Antenna-Impedance-Matching.pdf>>. Acesso em: 18 nov. 2020.
- ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 5ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- ALL ELETRONICS GROUP (Org.). **Projeto de uma antena de microfita**. Disponível em: <<https://www.allelectronicsgr.com.br/projeto-antena-de-microfita/>>. Acesso em: 01 dez. 2020.
- BALANIS, Constantine A. **Teoria de Antenas – Análise e síntese**, vol. 1. 3ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- BOYLESTAD, R. L. **Introdução à análise de circuitos**. 12ed. São Paulo: Pearson, 2012.
- DORNELLES, Leandro Teixeira. **Síntese de casadores de impedância de baixa sensibilidade utilizando técnicas evolucionárias para aplicações em radiofrequência**. 2015. 120f. Tese (Doutorado) – Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em <<http://www.pee.ufrj.br/index.php/pt/producao-academica/teses-de-doutorado/2015/2015092901-2015092901/file>>. Acesso em: 16 nov. 2020.
- HAYT JR., W.; BUCK, J. A. **Eletromagnetismo**. 8ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- MUNDOMAX (Org.). **Antena Externa Log Periódica VHF/UHF/HDTV/FM LVU12 AQUÁRIO**. Disponível em: <<https://mundomax.com.br/antena-lvu12-periodica-14-elementos-aquario#>>. Acesso em: 01 dez. 2020a.
- MUNDOMAX (Org.). **Antena Externa para Celular Yagi 700MHZ 14DBI CF714 AQUÁRIO**. Disponível em: <<https://www.mundomax.com.br/antena-externa-para-celular-yagi-700mhz-14dbi-cf714-aquario#>>. Acesso em: 01 dez. 2020b.
- PEREIRA, Tomas Thadeu de Oliveira. **Análise da aplicação de estruturas fractais em antenas de microfita**. 2015. 72f. Trabalho de Conclusão de curso – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2015.
- POZAR, D. M. **Microwave Engineering**. 4ed. Hoboken (EUA): Wiley, 2011.
- RUSSELL, Daniel A.. **The complete Smith chart: Black magic design**. Disponível em: <<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/SWR/SmithChart.pdf>>. Acesso em: 28 nov. 2020.
- SADIKU, M. N. **Elementos de eletromagnetismo**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.
- TELEONDAS (Org.). **Antena de transmissão para FM ½ de onda, modelo DP25W-FM**. Disponível em: <<http://www.teleondas.com.br/antena%20dipolo.html>>. Acesso em: 01 dez. 2020a.

TELEONDAS (Org.). **Antena de transmissão para FM 1/4 de onda, modelo PT25W-FM.** Disponível em: <<http://www.teleondas.com.br/antena%20plano%20terra%20fm.html>>. Acesso em: 01 dez. 2020b.

WENTWORTH, S. M. **Eletromagnetismo aplicado: abordagem antecipada das linhas de transmissão.** 4ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.

ANEXO A – Carta de Smith completa

The Complete Smith Chart Black Magic Design

