



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO – UFERSA
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE PAU DOS FERROS – CMPF
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ARISTIDES PEREIRA DA SILVA NETO

**ANÁLISE DINÂMICA TRANSIENTE DE ESCADAS COM DEGRAUS
ISOLADOS**

PAUDOS FERROS
2022

ARISTIDES PEREIRA DA SILVA NETO

**ANÁLISE DINÂMICA TRANSIENTE DE ESCADAS COM DEGRAUS
ISOLADOS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Universidade Federal Rural
do Semi-Árido – UFERSA, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Matheus Fernandes
de Araújo Silva.

**PAU DOS FERROS
2022**

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei n° 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei n° 9.610/1998. O conteúdo desta obra tornar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S469a Silva neto, Aristides Pereira da.
Análise dinâmica transiente de escadas com
degraus isolados / Aristides Pereira da Silva
neto. - 2022.
37 f. : il.

Orientador: Matheus Fernandes de Araújo Silva.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil,
2022.

1. Comportamento vibracional. 2. Escada de
concreto. 3. Desconforto humano. I. Araújo
Silva, Matheus Fernandes de, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Pau dos Ferros
Bibliotecária: Erlanda Maria Lopes da Silva
CRB: 1115

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

ARISTIDES PEREIRA DA SILVA NETO

**ANÁLISE DINÂMICA TRANSIENTE DE ESCADAS COM DEGRAUS
ISOLADOS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Universidade Federal Rural
do Semi-Árido – UFERSA, como parte dos
requisitos para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: 04/11/2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. MATHEUS FERNANDES DE ARAÚJO SILVA
Presidente

Prof. LEONARDO HENRIQUE BORGES DE OLIVEIRA
1º Examinador

Prof. ÉDER LEONARDO DO REGO NASCIMENTO
2º Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me proporcionado chegar até onde cheguei na minha vida acadêmica de forma a desfrutar de todo o meu potencial como aluno e como futuro engenheiro.

A minha mãe e ao meu pai pelo enorme apoio, incentivo e dedicação para que eu pudesse chegar até aqui com toda essa força de vontade.

Aos meus familiares, principalmente a minha prima Katielle e minha comadre Aline que sempre estiveram do meu lado, nos momentos difíceis, sempre me inspirando a ir mais longe, dando todo apoio emocional, por mais que o caminho fosse difícil.

A todos os meus docentes da graduação que sempre fizeram o máximo para garantir o ensino necessário para que eu me torne um ótimo profissional futuramente.

A meus amigos Sebastião, Daniel e Alex que mesmo tendo compartilhado experiências a pouco tempo, foram muito importantes para que eu continuasse persistindo na minha jornada, todos os dias, o incentivo é verdadeiro.

A minha companheira de estudos Beatriz Barboza que compartilhamos todos nossos momentos como dupla durante todas as atividades nas disciplinas, diante dos conhecimentos adquiridos entre ambos e apoio como futuros profissionais.

Aos meus afilhados, Pietro, Thomaz e Louise, que me deram muito incentivo, com todo o carinho e afeto, me impulsionando a continuar para que me torne um ótimo profissional e possa proporcionar um ótimo futuro para eles.

A minha psicóloga Jesiane que me ajudou em momentos de apreensão, com esclarecimento das minhas ideias e pensamentos.

“Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas mudam o mundo.”

(Paulo Freire)

RESUMO

O referente trabalho tem como objetivo analisar através de modelos analíticos e utilização de Softwares para descrever o comportamento vibracional de uma escada com degraus isolados. Na análise teremos os valores obtidos através do cálculo analítico da frequência fundamental do degrau e dos valores de frequências obtidos através da utilização do software LISA 8.0.0, comparando estes valores. Em seguida será feita uma análise onde a estrutura será excitada através de perturbações externas referente ao caminhar de uma pessoa, onde será exercido essa carga condicionando a situação mais desfavorável para o modelo estrutural. Utilizando o perfil modelo nas análises, foi utilizado o valor de frequência natural de 42,22 Hz, que diverge dos valores de frequência do passo humano utilizada no trabalho, validando a utilização do software. Na análise transiente do degrau, pode-se verificar o valor da aceleração no ponto mais desfavorável do modelo estrutural (nó 485) de $0,94\text{m/s}^2$, associando os valores da frequência natural com a acelerações fornecidas pelo software, a ISO 2631(1998) e Bachmann (1989) validaram o conforto do usuário, já na BS 6472(1992) o valor de aceleração se encontra fora do limite ao conforto do ser humano.

Palavras-Chave: Comportamento vibracional. escada de concreto. Desconforto humano.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	PROBLEMATIZAÇÃO.....	10
3	OBJETIVOS	11
3.1	Geral	11
3.2	Específicos.....	11
4	JUSTIFICATIVA	12
5	REVISÃO TEÓRICA.....	13
5.1	Análise Dinâmica De Estruturas	13
5.1.1	Análise vibracional em estruturas de concreto	13
5.1.2	Influência da carga humana no estudo de vibrações em estruturas	15
5.1.3	Modelos matemáticos e análises numéricas para cálculo de vibrações	20
6	METODOLOGIA.....	21
6.1	Análise Modal.....	21
6.2	Análises Da Frequência Após Indução De Carga Gerada Por Uma Pessoa	23
7	RESULTADOS	26
7.1	Análise Modal.....	26
7.2	Análise Das Acelerações Captadas No Modelo Estrutural	28
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	30
	REFERÊNCIAS.....	31
	ANEXO A.....	33

1 INTRODUÇÃO

Com o passar do tempo as construções vem implementando novas tecnologias e fazendo utilizações de novas técnicas de execução na sociedade moderna: pontes pênsil, arranha-céus, estruturas submersas e cada vez mais esbeltas, assim a implementação de novos materiais e aprimoramento dos usuais, devem ser mais destacados de forma a proporcionar maior trabalhabilidade e facilitar suas execuções, com isso o estudo voltado para monitoramento e execução dessas estruturas vem sendo cada vez mais enfatizado de modo a se evitar acidentes e complicações, aumentando assim a vida útil das nossas construções e zelando o bem estar dos usuários.

A análise espectral ou análise de frequências vem sendo utilizado para verificar problemas em estruturas seja elas obras de concreto, aço ou mistas, de forma a verificar quais as frequências que serão absorvidas pelas estruturas causadas por cargas oriundas do caminhar humano, que ao serem projetadas se utiliza de cargas dinâmicas oriundas da frequência natural da estrutura causada pelos materiais empregados, mas de forma análoga a frequência gerada pelo caminhar de uma pessoa pode se aproximar desses valores de modo a gerar altas concentrações de vibrações nas estruturas causando fadiga na estrutura (SILVA, 2021).

Para evitar os problemas de oriundos de vibrações críticas, utiliza-se modelos analíticos e estruturais com o uso de software que possam representar mais significativamente esses modelos reais, de forma a ser feito uma previsão do que essas vibrações podem causar, utilizando as frequências geradas pelo caminhar humano e todos os seus harmônicos captados durante a sua resolução para descrever essas perturbações nas estruturas.

Assim neste trabalho faremos o uso do softwares para confeccionar modelos estruturais de uma escada com degraus isolados de concreto, verificando o seu comportamento vibracional, considerando o peso próprio da estrutura, comparando as suas frequências naturais com os valores obtidos através de formulações analíticas que descrevam esse tipo de análise, fazendo o comparativo quando há a inserção de uma força oriunda do caminhar humano exercida no degrau, comparando com os dados obtidos na análise numérica.

2 PROBLEMATIZAÇÃO

Como já mencionado anteriormente de forma sucinta os danos às estruturas através de solicitações dinâmicas tem conquistado uma relevância para o seu estudo, de forma a evitar que causem danos severos como: presença de vibrações perceptíveis pelo ser humano que possam causar desconforto, fissuras excessivas por conta das vibrações constantes causando fadiga. A falta dessas verificações neste tipo de comportamento estrutural, nos passa o quanto estamos à mercê desses problemas. A falta desse conhecimento que deve ser adquirido em sala de aula e a prática em trabalhar com ferramentas computacionais avaliando esses tipos de comportamento, dificulta a aprendizagem e o modo como o profissional da área de engenharia civil estará atuando.

3 OBJETIVOS

3.1 Geral

O presente trabalho tem como objetivo principal, analisar o comportamento vibracional de uma estrutura de escada do tipo plissada através de um modelo matemático e análise estrutural com uso de software, quando aplicado cargas oriundas do caminhar humano.

3.2 Específicos

- Analisar o comportamento vibracional de uma escada considerando a sua própria massa, assim utilizando o modelo analítico para obter os valores das frequências naturais e fundamentais do degrau e comparar com os valores obtidos no uso do software LISA 8.0.0;
- Criar um modelo estrutural no software LISA 8.0.0 da escada para fazer análise transiente da estrutura antes e depois de ser adicionada às excitações geradas pelo caminhar de uma pessoa;
- Verificar os valores das acelerações geradas na estrutura e comparar a sua eficiência com valores normativos.

4 JUSTIFICATIVA

Este trabalho se justifica pelo crescente aumento de problemas em estruturas projetadas que possam vencer grandes vãos e considerando altos coeficientes de esbeltez, isso vem acontecendo pela consideração de cargas dinâmicas atuantes de forma a gerar vibrações que podem acarretar esses danos que são quando levado em consideração o caminhar de pessoas gerando frequências quanto mais significativas, assim na tentativa de minimizar esses problemas foi proposto a criação de modelos estruturais e modelos matemáticos para verificar o quanto essas ações possam causar prejuízos ao ser humano. Esse tipo de análise é pouco aplicado para modelos estruturais como escadas, sendo relevante o estudo feito neste trabalho.

5 REVISÃO TEÓRICA

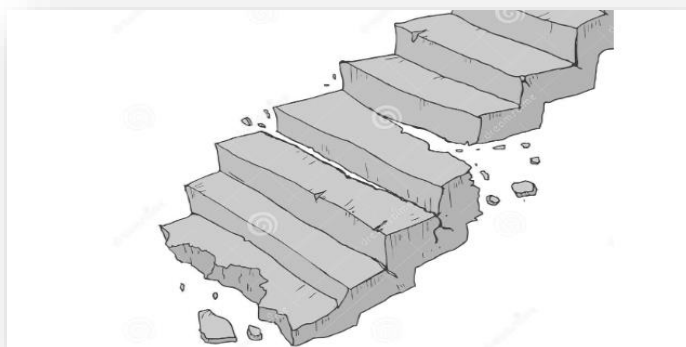
5.1 Análise Dinâmica De Estruturas

5.1.1 Análise vibracional em estruturas de concreto

Nas últimas décadas a engenharia estrutural vem enfrentando alguns problemas relacionados ao emprego de estruturas em concreto armado vários critérios de modo a classificá-las como esbeltas de forma a ser estudadas novas técnicas de execução e manutenção das mesmas de forma a diminuir esses problemas. No momento em que as estruturas estão sendo projetadas, serão expostas a ações vibracionais geradas internamente e em seguida sendo solicitada pelo movimento dos usuários que irão solicitá-las dinamicamente, causando fadiga, desgastes ou até mesmo a ruptura das mesmas (SARAMAGO *et al.*, 2018).

Segundo CARMONA (2011), com os avanços tecnológicos na engenharia civil, com relevância na ciência dos materiais vêm sendo possível a criação de estruturas cada vez mais leves, métodos construtivos mais eficientes, esbeltas e com grandes extensões de vãos em balanço, requerendo assim maior resistência quando expostas a grandes vibrações (Figura 5.1).

Figura 5.1 – Escada em estágio de degradação



Fonte: Dreams time, 2022.

As estruturas no mundo todo vêm sendo monitoradas minuciosamente nos últimos anos de forma a observar o seu comportamento quando submetidas a carregamentos dinâmicos, causando vibrações excessivas que podem não ter sido consideradas no projeto executado, com isso é perceptível o desconforto dos usuários

e de incidentes nessas estruturas de modo a considerar parcialmente inutilizada ou até a sua própria ruína (LIMA, 2013).

Problemas gerados por vibrações nas estruturas a partir do movimento de pessoas onde as mesmas podem alterar a execução das atividades ali exercidas e desconforto, dependendo de como essa vibração pode acarretar alterações neuromusculares, respiratórias, frequência cardíaca, entre outras, onde essas perturbações vibracionais podem ser percebidas pelo ser humano por fatores de frequência, amplitude e amortecimento (CARMONA, 2011).

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014 para que possamos garantir a segurança das nossas estruturas deve ser verificado tanto os Estados Limites Últimos quando a estrutura já está à beira do colapso e pode ser desconsiderado o seu uso, tal qual o Estado Limite de Serviço que está relacionado com o conforto do usuário e durabilidade da estrutura, tudo isso quando as estruturas também estiverem expostas a carregamentos dinâmicos que possam modificar esses parâmetros, sejam a presença de pessoas ou o funcionamento de máquinas.

As vibrações excessivas em estruturas estão sendo cada vez mais frequentes e perceptíveis, LIMA (2013) mostra que essas experiências têm sido notadas por conta de registros, monitoramentos nessas estruturas e o uso diversificados de carregamentos ao qual essas estão sendo empregadas, sendo eles estáticos (peso próprio, cargas permanentes e acidentais) e dinâmicos (harmônicos, periódicos, transiente e impulsivos).

Com o passar dos anos, vemos que algumas estruturas sofrem mudanças em relação ao tipo de utilização para a qual foi projetada, como LIMA (2007) cita, algumas edificações são projetadas minuciosamente para um tipo específico de utilização e com o passar dos anos passam a ser utilizada com outras finalidades, podendo gerar problemas estruturais em relação aos novos carregamentos oriundos dessas novas atividades, tornando assim cada vez mais necessário os estudos na área da dinâmica estrutural, de forma que se permita diminuir os problemas e acidentes causados pelo mal uso.

Os estudos vibracionais estão sendo empregados em diversas áreas da engenharia, como citado por Cunha (2013), que aborda a relação dos estudos de vibrações excessivas na engenharia naval, pois uma embarcação está sujeita a diversas fontes de vibração, fazendo com que toda a estrutura fique exposta a esse fenômeno. Essas vibrações podem ser geradas de diversas formas, como a da própria estrutura ao entrar em contato com qualquer objeto que esteja flutuando ou mesmo abaixo do nível do mar ou até mesmo da propulsão gerada pelos motores.

5.1.2 Influência da carga humana no estudo de vibrações em estruturas

Segundo VARELA (2004), a presença de pessoas está sendo levada em consideração no momento de verificar as cargas influentes nas análises estruturais, adicionando com relevância o estudo das cargas dinâmicas nas mesmas, de forma a evitar problemas estruturais futuros que podem levar as estruturas ao seu desuso. verificações devem ser feitas de modo a implementar no projeto dispositivos que possam resolver esses problemas gerados pelas vibrações adicionadas pelo caminhar humano.

O estudo das cargas dinâmicas, permite conhecer propriedades significativas onde explica o fenômeno das vibrações, SILVA(2021) justifica utilizarmos o conhecimento sobre tais propriedades, ou seja, a frequência natural de vibração explica como a estrutura vibra, sendo que para cada frequência natural existente, teremos uma vibração específica para cada tipo de edificação e o uso específico, levando em conta que a frequência natural inicial é a mais significativa chamada de frequência fundamental representada pela unidade de Hertz.

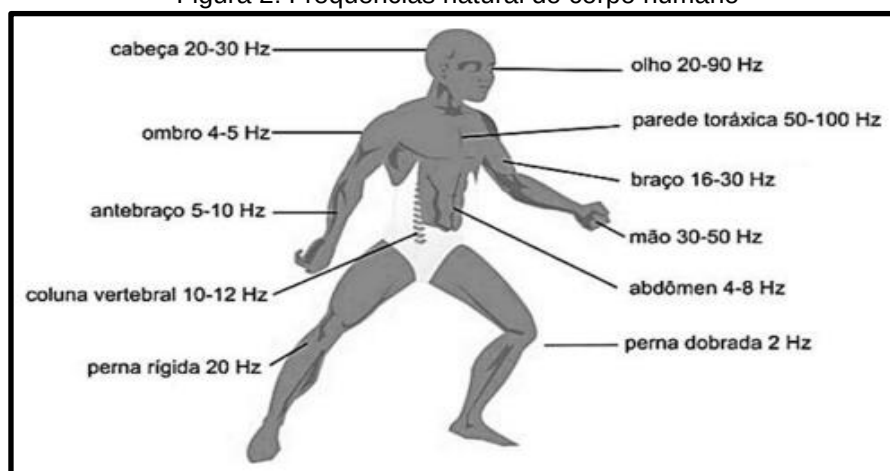
De acordo com BOLINA (2014), a frequência natural conhecida por ser a representação da estrutura após cessar o carregamento ao qual a estrutura foi submetida, contendo o seu próprio perfil de vibração, onde a primeira frequência mesmo sendo de menor valor, será a mais representativa em um movimento harmônico podendo não necessitar utilizar os demais no processo.

Nos estudos sobre análises vibracionais em estruturas BRASIL *et al* (2015), considerou que o movimento humano seja ele correr, andar, saltar entre outros, atuam de forma periódica nas estruturas, podendo ser considerado uma frequência

harmônica tendo que ser levado em consideração não só a presença de uma pessoa exercendo cargas gerando vibrações e acelerações a estrutura e ao mesmo tempo causando uma sobreposição das mesmas. Assim faz-se a verificação do harmônico no momento em que apenas uma pessoa esteja a caminhar sobre a estrutura, onde foram encontrados 1,5 a 2,5 Hz considerando valores significativos de velocidade e comprimento das passadas.

A pouco tempo atrás, apenas eram levadas em consideração análises estáticas das estruturas, considerando que as cargas atuantes seriam constantes durante o seu tempo de vida, essa analogia foi empregada em cálculos estruturais e como pauta abordada no campo acadêmico. Silva Junior (2015) cita que com o passar do tempo percebeu-se que estruturas estavam sofrendo vários danos de utilização. Alguns usuários que as utilizavam começaram a perceber alguns desconfortos vindo das próprias edificações, foi aí que foi implementado o conceito de análises dinâmicas onde poderia se observar o comportamento vibracional das estruturas quando solicitado a cargas que variam durante o tempo de uso, sendo entre elas o caminhar humano que pode perceber diferentes frequências por todo a extensão do seu corpo (Figura 5.2).

Figura 2: Frequências natural do corpo humano



Fonte: Silva Junior, 2015.

De acordo com a NBR 6118:2014, para que as estruturas devem ter um comportamento vibracional satisfatório, considerando o seu tipo de utilização, assim é esperado que a frequência natural da mesma, esteja distante da frequência

considerada crítica (Equação 5.1) dependendo da sua empregabilidade, onde a condição a seguir deve ser respeitada:

$$f \geq 1,2 f_{crit}$$

Onde,

$f \rightarrow$ Frequência natural

$f_{crit} \rightarrow$ Frequência crítica

Para determinados usos das estruturas no caso de alguns equipamentos que funcionem com um determinado tempo de operação deve-se considerar a própria vibração gerada pelo mesmo. Quando não for capaz de encontrar a f_{crit} de uma estrutura experimentalmente, podemos utilizar valores para alguns casos especiais que dependerá da finalidade da estrutura (Figura 5.3).

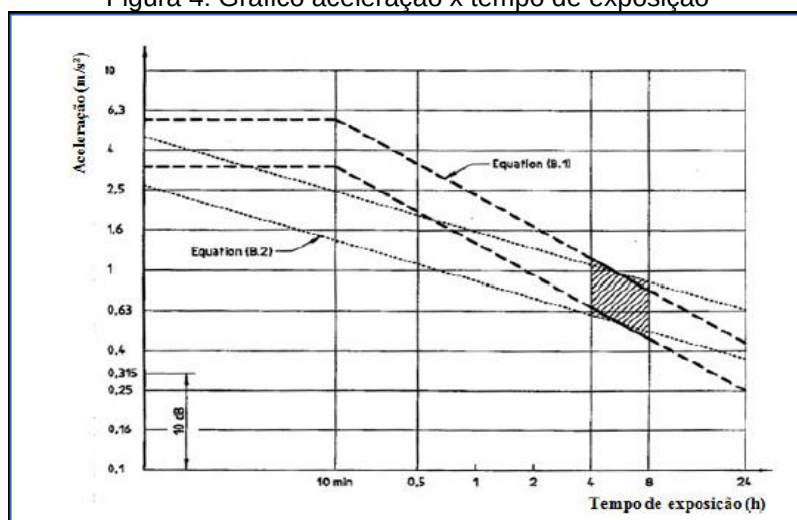
Figura 5.3: Frequências críticas especiais

Caso	f_{crit} Hz
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

Utilizando a norma internacional ISO 2631(1997), que foi utilizado para substituir o método detalhado anterior, que ao invés de verificar as acelerações por faixas de frequências, agora relacionando valores de acelerações com os tempo de exposição da estrutura, assim foi estimado graficamente (Figura 5.4) mostrando as faixas onde a linha inferior estabelece o limite do conforto humano, na área que se encontra acima da linha superior é onde pode causar desconforto ao corpo humano e riscos à saúde e ainda temos a zona intermediária entre as duas faixas que indica possíveis riscos à saúde e deve ser verificados as suas condições de uso.

Figura 4: Gráfico aceleração x tempo de exposição



Fonte: ISO 2631, 1997.

Nos diversos tipos de utilização de estruturas, Bachmann (1987) descreve várias formas na qual o carregamento humano pode gerar carregamentos dinâmicos, como andar, saltar, correr e dançar, com essas solicitações foram estimados níveis aceitáveis de acelerações (Tabela 5.1) de acordo com o comportamento vibracional que cada ação poderia causar.

Tabela 1: Níveis de aceleração impostos por Bachmann

Estrutura	Níveis aceitáveis	Comentários
Estruturas para pedestres	$a \leq 5 - 10\% g$	O valor mais baixo geralmente não produz desconforto
Edifícios para escritórios	$a \leq 2\% g$	DIN 4150 e BS 6472 apresentam valores diferentes
Academias (salas de esportes)	$a \leq 5 - 10\% g$	O valor mais alto apenas se: efeito acústico menor, somente participantes sobre ou próximo ao piso de vibração
Salas para concertos e danças	$a \leq 5 - 10\% g$	Idem
Pisos de fábricas	$v \leq 5 \sim 10 \text{ mm/s}$	Para situações convencionais; produção de alta qualidade requer limites mais restritos

Fonte: Bachmann, 1987.

Afim de quantificar essas vibrações nas estruturas, a BS 6472(1992) utiliza uma ponderação desse comportamento vibracional para o corpo humano considerando como homogêneo mesmo sabendo que as parte do nosso corpo tem percepções diferentes a vibrações. Com isso, ela analisa uma faixa de 0,5 a 80Hz, introduzindo um VDV (valor da dose de Vibração) considerando o dia, a hora do dia e o espaço ocupado nas edificações. Essas respostas podem ser observadas a seguir pela Tabela 5.2 com valores de acelerações associados aos valores observados de vibrações.

Tabela 2: valores de Frequências x acelerações

Frequência	acelerações
Hz	m/s ²
1	1.00×10^{-2}
1.25	8.94×10^{-3}
1.60	7.91×10^{-3}
2.00	7.07×10^{-3}
2.50	6.32×10^{-3}
3.15	5.63×10^{-3}
4.00	5.00×10^{-3}
5.00	5.00×10^{-3}
6.30	5.00×10^{-3}
8.00	5.00×10^{-3}
10.00	6.25×10^{-3}
12.50	7.81×10^{-3}
16.00	1.00×10^{-2}
20.00	1.25×10^{-2}
25.00	1.56×10^{-2}
31.50	1.97×10^{-2}
40.00	2.50×10^{-2}
50.00	3.13×10^{-2}
63.00	3.94×10^{-2}
80.00	5.00×10^{-2}

Fonte: BS 6472, 1992.

5.1.3 Modelos matemáticos e análises numéricas para cálculo de vibrações

Conforme verificações feitas por SILVA (2021), as modelagens numéricas demandam de dados muitos dispersos e parâmetros poucos precisos, quando relacionamos cargas dinâmicas em estruturas, considerando que cada passo de uma pessoa pode ter a sua própria variação vibracional. Assim, essas forças podem ser tratadas como uma série de Fourier, onde as frequências são medidas das várias frequências fornecidas pelo passo humano, onde serão utilizados valores de 1,6 a 2,4 Hz, considerando 2 passos por segundo.

O histórico da influência do caminhar humano em diversas áreas da construção civil estavam sendo investigados, os egípcios que utilizavam o comportamento do passo humano para relacionar com lesões na coluna e outras enfermidades, a partir daí esse estudo foi se aprofundando cada vez mais de forma a necessitar de algo que pudesse registrar esse fenômeno, utilizando sequencialmente registros fotográficos para serem analisados, técnica conhecida como fotogrametria que ainda é utilizada até os dias de hoje (VARELA, 2004).

Fenômenos associados a ações dinâmicas repetitivas podem gerar modificações progressivas ou permanentes nas estruturas internas do material, onde a ABNT NBR 6118:2014 considera nos casos de ações vibracionais apenas as fadigas de baixa e média intensidade. Essas verificações podem ser utilizadas para estruturas de concreto quanto para as de aço, considerando esses esforços no regime elástico sendo estudados determinados espectros vibracionais dessas cargas, validando a regra de Palmgren-Miner onde esses danos irão se acumular linearmente com o número de ciclos aplicados a certos níveis de tensões, obedecendo a expressão seguinte (Equação 5.1):

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1 \quad (5.1)$$

Onde:

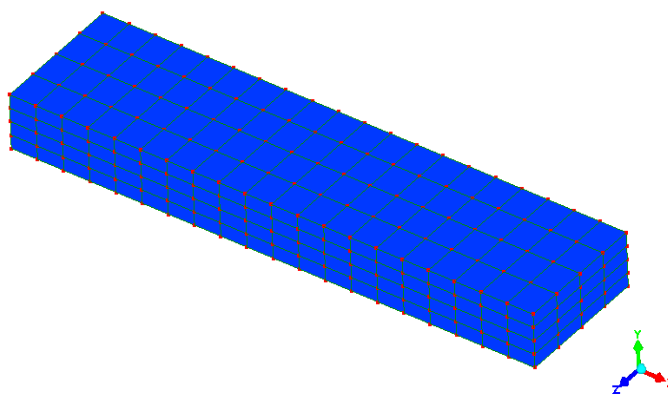
n_i É o número de repetições aplicadas sob condição particular de tensões;
 N_i É o número de repetições que causariam a ruptura por fadiga para a mesma condição de tensões aplicadas.

6 METODOLOGIA

6.1 Análise Modal

O presente estudo tem como metodologia uma análise modal de um degrau de uma escada com degrau isolado, as dimensões usadas foram adotadas de acordo com encontrados nas bibliografias utilizada para a pesquisa de modelos usuais, assim sendo utilizado 10 centímetros de altura, 27 centímetros de largura e 110 centímetros de comprimento (Figura 6.1) inicialmente para ser feita as verificações.

Figura 6.1 - Modelo Estrutural



Fonte: Autoria própria, 2022.

A análise foi feita inicialmente utilizando o software LISA para obtermos os valores de frequências naturais do corpo de prova, assim foram adicionadas as dimensões no programa, em seguida devem ser indicadas as propriedades do material que vai ser empregado, no nosso caso utilizamos o concreto C25, com módulo de elasticidade de 25 Mpa, coeficiente de Poisson de 0,2 e densidade (massa específica) de 2500 Kg/m³.

Inicialmente informamos as coordenadas dos pontos extremos do nosso objeto para o programa, ordenados de forma que possa ser criado um hexágono ligando a partir desses pontos, em seguida criamos algumas subdivisões infinitesimais nas direções X, Y e Z indicadas que aparecem no canto inferior direito da janela do programa, após esses passos foi adicionado os apoios nas 3 direções do plano em uma das extremidades do degrau de forma a criar o impedimento nas 3 direções, criando assim um apoio do tipo engastado.

Assim, os valores de frequência angular e fundamental foram obtidos, em seguida foram feitas mais 4 verificações para diferentes modelos do degrau da escada, acrescentando 10 centímetros no comprimento a cada modelo executado.

Na análise teórica foram adotados os mesmos valores das propriedades do concreto e das dimensões dos mesmos fazendo e adotando as mudanças nos comprimentos da estrutura, adotamos a inércia da seção transversal como vemos na equação 6.1.

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \quad (6.1)$$

Onde,

$I \rightarrow$ inércia transversal da estrutura (cm^4);

$b \rightarrow$ corresponde à distância na direção z (base)(cm);

$h \rightarrow$ corresponde a altura na direção de y da peça(cm);

Foi possível calcular a frequência angular do primeiro modo de vibração através da Equação 6.2, utilizando como massa linear do nosso degrau $m = 84 \text{ Kg/m}$:

$$\omega = 3,5160 \times \sqrt{\frac{E \times I}{m \times L^4}} \quad (6.2)$$

Onde,

$\omega \rightarrow$ frequência angular(Hz);

$m \rightarrow$ massa linear do degrau (Kg/m);

Assim, finalmente pode-se calcular o valor referente a frequência fundamental do degrau, dada pela Equação 6.3:

$$f = \frac{\omega}{2 \times \pi} \quad (6.3)$$

Onde,

$\omega \rightarrow$ frequência angular (Hz);

$f \rightarrow$ valor correspondente a frequência fundamental (Hz);

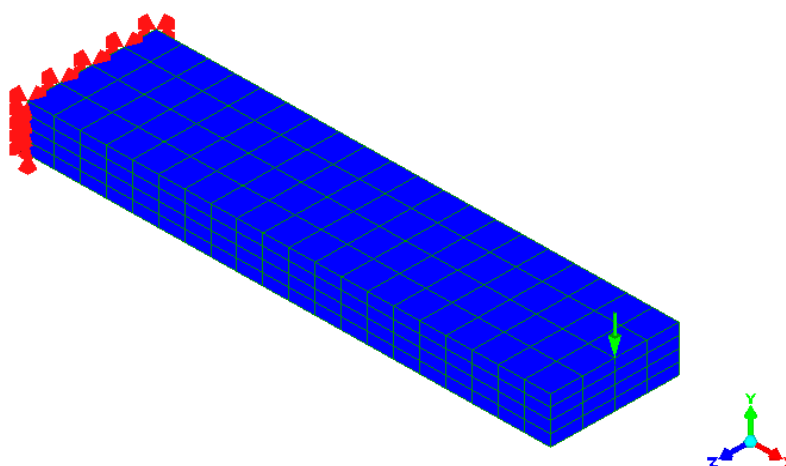
Com os valores das suas frequências naturais e fundamentais, foram feitos os comparativos entre os encontrados no modelo matemático com os obtidos no software, a fim de medir o quão o software pode ser aplicado para representar o comportamento dinâmico da estrutura.

6.2 Análises Da Frequência Após Indução De Carga Gerada Por Uma Pessoa

Utilizando o Software LISA iremos aplicar um valor de carga correspondente ao peso do corpo humano de modo a quantificar os valores das acelerações causadas no degrau da escada no momento da interação entre os dois.

Adotou-se uma carga de 70 Kg o que equivale a 700 N para representar o peso do corpo humano (valor obtido nas referências), em seguida iremos escolher o nó 485 da estrutura que demonstrará o comportamento mais desfavorável da estrutura ao ser executada essa ação e ser adicionar o valor de carga correspondente (Figura 6.1).

Figura 6.1 - Nó 485 da Estrutura Analisado



Fonte: Autoria própria, 2022.

Para o cálculo utilizaremos o intervalo de tempo de 1 segundo que descreve o momento de interação entre o corpo humano o degrau da escada, na tabela 6.1 teremos os valores correspondentes aos 4 primeiros harmônicos da nossa série de Fourier (Equação 6.4), de forma que descreve melhor as variações das frequências do objeto em análise, pois os harmônicos seguintes serão muito dispersos para serem considerados na análise.

$$F(t) = Q + \sum_{i=1}^N \alpha_i Q \times \text{sen}(2\pi \times i \times f \times t - \phi_i) \quad (6.4)$$

Onde,

$t \rightarrow$ tempo (s);

$f \rightarrow$ valor correspondente a frequência fundamental (Hz);

$Q \rightarrow$ carga que corresponde ao peso de uma pessoa (N);

$\alpha \rightarrow$

$i \rightarrow$ corresponde a cada harmônico;

$\phi \rightarrow$ defasagem entre as ondas (rad);

$F \rightarrow$ força (N);

Utilizado o valor de frequência do passo de uma pessoa de 1,8 Hz, para o 1º harmônico e a cada harmônico calculado considerar um acréscimo de 1,8 Hz, ainda na tabela 6.1 tem os valores das defasagem das ondas em radianos correspondente a cada harmônico que será calculado.

Tabela 6.1 - Dados Correspondente a Cada Harmônico Utilizado

i			
1	2	3	4
f1	f2	f3	f4
1,8	3,6	5,4	7,2
α			
0,5	0,2	0,1	0,05
f			
0	0,1	0,2	0,3

Fonte: Mateus, 2022.

Na obtenção dos valores das forças correspondente de cada harmônico, para o primeiro segundo utilizado para a análise, adotaremos o intervalo de tempo 0,0025 segundos.

Em seguida iremos verificar o comportamento vibracional da estrutura ao ser adicionados os valores de forças e tempos obtidos através da Transformada de Fourier considerando 230 passos (anexo A), adicionaremos esses dados no nó

escolhido anteriormente, com esses valores e a massa de 700 N que já foi mencionada, sendo verificado os valores das acelerações fornecidas pelo programa, e comparados com valores limites que temos na literatura fundamentada.

7 RESULTADOS

7.1 Análise Modal

Na utilização do software LISA foram encontrados valores de frequências naturais e fundamentais diferentes para cada caso em que foram feitos os modelos estruturais (tabela 7.1):

Tabela 7.1 – Frequências angular e fundamental

Comprimentos	f (Hz)	ω (rad/s)
110 cm	44,93	282,33
120 cm	38,17	239,87
130 cm	32,9	206,76
140 cm	28,71	180,44
150 cm	25,33	159,16

Fonte: Autoria Própria, 2022

Em seguida iremos analisar os valores das frequências, aplicando o erro de propagação desses valores (Tabela 7.2) obtidos através do modelo matemático utilizado na equação 6.4, onde fica constatado que ambos os resultados obtidos, tiveram o mesmo comportamento de decrescer dos valores aproximados dessas frequências.

Tabela 7.2 – Frequências Obtidas do Modelo Matemático

Comprimento(direção X)	f (Hz)	ω (rad/s)
110 cm	42,22	265,26
120 cm	35,47	222,89
130 cm	30,23	189,92
140 cm	26,06	163,76
150 cm	22,7	142,65

Fonte: Autoria própria, 2022

A Fim de verificar o quão aplicável será o uso do software LISA nesse tipo de análise, foi feito um comparativo em percentual do quanto essa metodologia foi viável, de acordo com a tabela 7.3 percebemos que as variações das frequências não se propagaram demais, assim seria indicado fazer uso desse software em aplicações com finalidade de estudar as frequências naturais em estruturas de escadas com degraus isolados.

Tabela 7.3 – Porcentagem de Frequências

Comprimento	f (%)	ω (%)
110 cm	6,42	6,44
120 cm	7,61	7,62
130 cm	8,83	8,87
140 cm	10,17	10,19
150 cm	11,59	11,57

Fonte: Autoria própria, 2022

De acordo com informações encontradas na NBR 6118:2014 utilizando o valor de frequência crítica de 4,5 Hz, recomenda-se então utilizar valores de frequência natural superior pelo menos a 20% maior que a crítica, assim pode-se verificar que os valores citados nas tabelas 7.2 e 7.3 acima podem representar fielmente o comportamento harmônico da nossa estrutura tanto na análise pelo modelo matemática quanto no uso do software LISA.

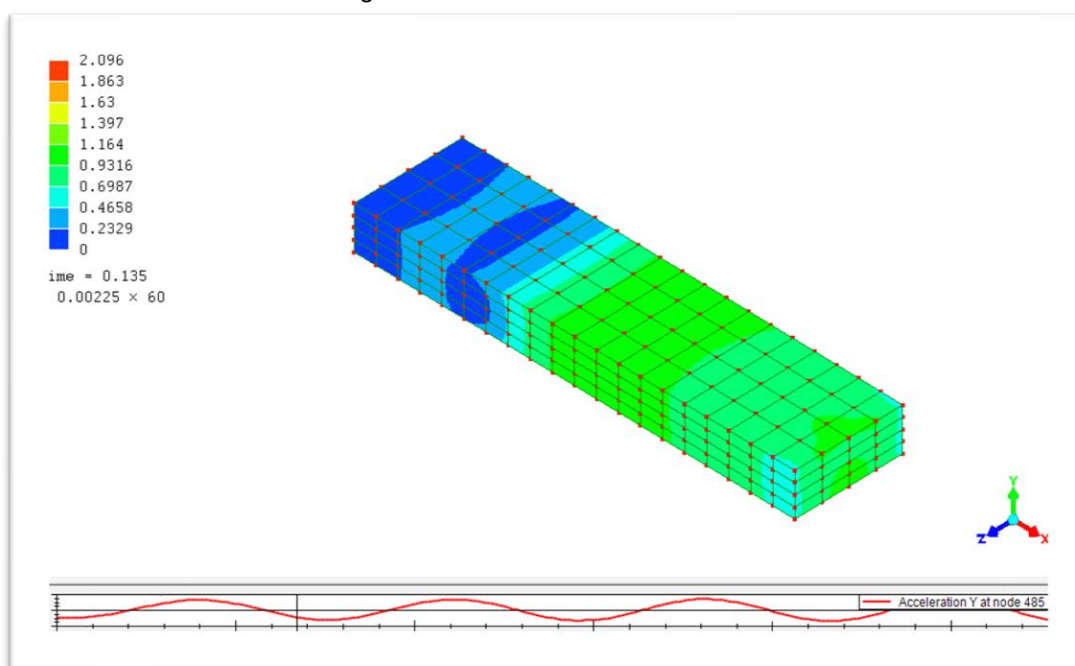
ainda podemos constatar que ao variarmos os comprimentos do modelo estrutural na direção positiva de X, os valores das frequências naturais e fundamentais tendem a diminuir de forma gradual, percebemos assim que quanto mais o modelo for acrescido na mesma direção, mais a frequência natural da estrutura irá se aproximar da frequência do passo humano, gerando assim desconforto.

7.2 Análise Das Acelerações Captadas No Modelo Estrutural

Na utilização da Série de Fourier e o uso do Software LISA para obtenção dos valores de acelerações correspondentes a nossa estrutura em análise, utilizaremos a direção vertical (coordenada Y) indicada no LISA como a direção da gravidade. No nosso modelo com dimensões 10cmx27cmx110cm.

Na análise da carga ao ser adicionada no nó em estudo foi verificado seu comportamento pelo gráfico (figura 7.1), referente a aceleração na direção Y do degrau, dessa forma conseguiu verificar o quão o método utilizado é aplicável, pois descreve corretamente o comportamento harmônico da série de Fourier através de funções no gráfico que descrevem o comportamento de funções senoidais utilizando os valores das cargas e tempo adicionados ao programa.

Figura 7.1 - Gráfico Gerado do LISA



Fonte: Autoria própria, 2022.

Ao ser analisado o comportamento no nó 485 após ser adicionado a carga oriunda do carregamento humano de 700 N, encontramos a aceleração de $-0,94 \text{ m/s}^2$, o sinal negativo deste, indica que a direção da aceleração está na mesma direção adotada para a gravidade seguindo as orientações dadas pelo software.

De acordo com o valor de aceleração adquirido nas nossas simulações numéricas utilizando o software LISA 8.0.0, para o nosso modelo estrutural do degrau de uma escada, utilizaremos de algumas referências para comparar os valores com os níveis máximos aceitáveis para o conforto humano:

Para o tipo de análise feita por Bachmann (1987), comparando com os valores das acelerações atribuídos em sua metodologia para os tipos de ocupações em estruturas (tabela 5.1), temos que o modelo estrutural do degrau está com o valor de aceleração aceitável a quase todos os tipos de ocupação, apenas para ambientes de escritórios o valor foi maior onde pode causar desconforto ao ser humano.

Com os atributos feitos a nova resolução da norma internacional ISO 2631(1997), foi utilizado limites de percepção de desconforto humano onde poderá acarretar riscos à saúde, para esses valores limites de aceleração (figura 5.4), o modelo do degrau se encontra dentro da área onde ainda não pode ser percebido desconforto ao usuário.

utilizando os valores das frequências vibracionais (Hz) correlacionando com as acelerações observadas nos experimentos feitos na norma Britânica BS 6472(1992), utilizando a frequência natural de 42 Hz encontrado nos nossos experimentos, identificamos que nosso valor de aceleração está acima do limite permitido onde as vibrações não irão causar incômodo ao usuário.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No referido trabalho, verificou que na utilização de modelos práticos obtidos através do uso de software, podemos ter resultados satisfatórios de forma a analisar o comportamento vibracional de estruturas de concreto. Para o comportamento modal onde pode-se verificar valores das suas frequências naturais aproximadas comparando com as frequências obtidas no modelo matemático.

Na análise, ao ser adicionada a estrutura com a perturbação utilizando a carga (valor normativo) exercida por uma pessoa, obtivemos valores de acelerações um pouco que divergem comparando com a literatura. Para alguns casos, essa diferença poderia ser modificada através do uso de amortecedores aplicados a estruturas na análise vibracional, que são utilizados normalmente nesses casos para diminuir as vibrações e consequentemente as acelerações.

No modelo estrutural, foi utilizado apenas o concreto como material fundamental para o experimento, no caso dos modelos observados na biografia é utilizado estruturas mistas onde será considerado as propriedades do aço em conjunto com o concreto que é empregado normalmente em estruturas de escadas, com isso os resultados poderiam diferir dos obtidos no trabalho.

Os resultados obtidos foram comparados com referências normativas internacionais e de muito tempo atrás para a sua validação, isso nos deixa uma preocupação, pois os estudantes e pesquisadores brasileiros não têm focado nesses problemas que acontecem cotidianamente e que merecem estudos voltados a solucioná-los.

O incentivo a implementação desses estudos em instituições de ensino, agregarão mais ainda ao conhecimento didático e prático na utilização de softwares para projetos estruturais de escadas e demais edificações, e comportamento de estruturas quando considerar ações dinâmicas, para garantir o conforto e vida útil das mesmas.

REFERÊNCIAS

BACHMANN, H., AMMANN, W. Vibrations in Structures Induced by Man and Machines. Zurich. International Association for Bridge and Structural Engineering, 176 f, 1987.

BOLINA, Cecília C. Vibrações: as frequências naturais estimada e experimental de uma estrutura. 2014. 9 f. Artigo (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Caldas Novas, 2014.

BS-6472. Guide to evaluation of human exposure to vibration in buildings (1Hz to 80Hz). British Standard, General Mechanical Engineering Standards Policy Committee, 1992.

CARMONA, Jorge Eliécer Campuzano. Plataforma de ensaios dinâmicos: estudos preliminares, projeto e construção. 2011. 164 f. Artigo (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

CUNHA, Eduardo da Silva. Influência Da Massa Adicional Para Frequência Natural Em Modelos Em Elementos Finitos Tridimensionais. 2013. 50 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

LIMA, D. V. F. (2007). Controle de Vibrações Induzidas em uma Laje de Academia de Ginástica com a Utilização de Amortecedores de Massa Sintonizados, Publicação: E.DM – 010A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 148 p.

LIMA, Gustavo Valença Fiuza. Análise dinâmica via método dos elementos finitos do estádio nacional de Brasília. 2013. 178 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION, "Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration-Part 2: Human Exposure to Continuous and Shock-Induced Vibrations in Buildings (0,5 to 80 Hz)." International Standard ISO 2631-2. 1997.

VARELA, Wendell Diniz. Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios. 2004. 308 p. Dissertação (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

SARAMAGO, Gabriel Araújo. Análise Dinâmica de Passarelas. 2018. 11 f. Artigo (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

SILVA, F. Eduardo Duarte. Frequência natural fundamental de escadas plissadas autoportantes. Anais II Congresso Brasileiro de Ciências e Tecnologias, page.6, Pau dos Ferros, 2021.

SILVA JUNIOR, Ladir Antônio da. Análise experimental de vibrações em sistemas de piso misto de aço e concreto e avaliação de desempenho considerando o conforto humano. 2015. 191 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2015.

SILVA. M. A., Brasil. M. L. R. F. Introdução a Dinâmica das Estruturas. *In: Efeitos Dinâmicos do Movimento de Pessoas em Estruturas*. 2ª edição, São Paulo, 2015, p. 184 - 196.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimentos. 3 ed. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ANEXO A

Tabela 3 - Valores utilizados na Transformada de Fourier

t(s)	F1 (t)	F2 (t)	F3 (t)	F4 (t)	F(t)
0	0	-14	-14	-10	-662
0,0025	10	-6	-8	-7	-689
0,005	20	2	-2	-3	-717
0,0075	30	10	4	1	-745
0,01	39	18	10	5	-772
0,0125	49	25	16	9	-799
0,015	59	33	21	13	-826
0,0175	69	41	27	17	-853
0,02	78	48	32	20	-879
0,0225	88	56	37	23	-904
0,025	98	63	42	26	-929
0,0275	107	70	47	28	-952
0,03	116	77	51	30	-975
0,0325	126	83	55	32	-996
0,035	135	89	58	34	-1016
0,0375	144	95	61	34	-1035
0,04	153	101	64	35	-1053
0,0425	162	106	66	35	-1069
0,045	171	111	68	35	-1084
0,0475	179	116	69	34	-1098
0,05	188	120	70	32	-1110
0,0525	196	124	70	31	-1120
0,055	204	127	70	29	-1130
0,0575	212	131	69	26	-1137
0,06	220	133	68	23	-1144
0,0625	227	135	66	20	-1149
0,065	235	137	63	17	-1152
0,0675	242	139	61	13	-1155
0,07	249	139	58	9	-1156
0,0725	256	140	54	6	-1155
0,075	263	140	50	2	-1154
0,0775	269	140	46	-2	-1152
0,08	275	139	41	-6	-1149
0,0825	281	137	36	-10	-1145
0,085	287	136	31	-14	-1140
0,0875	293	133	25	-17	-1134
0,09	298	131	20	-21	-1128
0,0925	303	128	14	-24	-1121
0,095	308	124	8	-26	-1114
0,0975	312	120	2	-29	-1106

0,1	317	116	-4	-31	-1098
0,1025	321	112	-10	-33	-1090
0,105	325	107	-15	-34	-1082
0,1075	328	101	-21	-35	-1074
0,11	331	96	-27	-35	-1066
0,1125	335	90	-32	-35	-1057
0,115	337	84	-37	-34	-1049
0,1175	340	77	-42	-33	-1041
0,12	342	70	-47	-32	-1034
0,1225	344	63	-51	-30	-1026
0,125	346	56	-55	-28	-1019
0,1275	347	49	-58	-25	-1012
0,13	348	42	-61	-23	-1006
0,1325	349	34	-64	-19	-1000
0,135	350	26	-66	-16	-994
0,1375	350	18	-68	-12	-988
0,14	350	10	-69	-9	-983
0,1425	350	3	-70	-5	-978
0,145	349	-5	-70	-1	-973
0,1475	348	-13	-70	3	-969
0,15	347	-21	-69	7	-964
0,1525	346	-29	-68	11	-960
0,155	344	-37	-66	15	-956
0,1575	342	-44	-64	18	-953
0,16	340	-52	-61	21	-949
0,1625	338	-59	-58	24	-945
0,165	335	-66	-54	27	-942
0,1675	332	-73	-50	29	-938
0,17	329	-79	-46	31	-934
0,1725	325	-86	-41	33	-931
0,175	321	-92	-36	34	-927
0,1775	317	-98	-31	35	-923
0,18	313	-103	-26	35	-919
0,1825	308	-108	-20	35	-915
0,185	303	-113	-14	34	-910
0,1875	298	-118	-8	33	-905
0,19	293	-122	-3	32	-900
0,1925	288	-126	3	30	-895
0,195	282	-129	9	27	-890
0,1975	276	-132	15	25	-884
0,2	270	-134	21	22	-878
0,2025	263	-136	26	19	-872
0,205	257	-138	32	15	-866
0,2075	250	-139	37	12	-859
0,21	243	-140	42	8	-853
0,2125	236	-140	47	4	-846

0,215	228	-140	51	0	-839
0,2175	221	-139	55	-4	-832
0,22	213	-138	58	-8	-825
0,2225	205	-137	61	-12	-818
0,225	197	-135	64	-15	-811
0,2275	188	-132	66	-19	-803
0,23	180	-129	68	-22	-796
0,2325	171	-126	69	-25	-789
0,235	163	-123	70	-28	-782
0,2375	154	-119	70	-30	-776
0,24	145	-114	70	-32	-769
0,2425	136	-109	69	-33	-762
0,245	127	-104	68	-34	-756
0,2475	118	-99	66	-35	-750
0,25	108	-93	64	-35	-744
0,2525	99	-87	61	-35	-738
0,255	89	-81	58	-34	-732
0,2575	80	-74	54	-33	-727
0,26	70	-67	50	-31	-722
0,2625	60	-60	46	-29	-717
0,265	50	-53	41	-27	-712
0,2675	41	-46	37	-24	-707
0,27	31	-38	31	-21	-703
0,2725	21	-30	26	-18	-698
0,275	11	-23	20	-14	-694
0,2775	1	-15	15	-11	-690
0,28	-9	-7	9	-7	-686
0,2825	-19	1	3	-3	-682
0,285	-29	9	-3	1	-678
0,2875	-38	17	-9	5	-674
0,29	-48	25	-15	9	-670
0,2925	-58	32	-21	13	-666
0,295	-68	40	-26	16	-662
0,2975	-77	47	-32	20	-658
0,3	-87	55	-37	23	-654
0,3025	-97	62	-42	26	-649
0,305	-106	69	-46	28	-645
0,3075	-115	76	-51	30	-640
0,31	-125	82	-55	32	-635
0,3125	-134	89	-58	33	-630
0,315	-143	95	-61	34	-625
0,3175	-152	100	-64	35	-619
0,32	-161	106	-66	35	-614
0,3225	-170	111	-68	35	-608
0,325	-178	115	-69	34	-602
0,3275	-187	120	-70	33	-596

0,33	-195	124	-70	31	-590
0,3325	-203	127	-70	29	-583
0,335	-211	130	-69	26	-577
0,3375	-219	133	-68	24	-570
0,34	-226	135	-66	21	-563
0,3425	-234	137	-64	17	-557
0,345	-241	138	-61	14	-550
0,3475	-248	139	-58	10	-543
0,35	-255	140	-54	6	-536
0,3525	-262	140	-51	2	-530
0,355	-268	140	-46	-2	-523
0,3575	-275	139	-42	-6	-517
0,36	-281	138	-37	-10	-511
0,3625	-286	136	-32	-13	-505
0,365	-292	134	-26	-17	-499
0,3675	-297	131	-21	-20	-493
0,37	-302	128	-15	-23	-488
0,3725	-307	125	-9	-26	-482
0,375	-312	121	-3	-29	-477
0,3775	-316	117	3	-31	-473
0,38	-320	112	9	-32	-468
0,3825	-324	107	15	-34	-464
0,385	-328	102	20	-35	-460
0,3875	-331	96	26	-35	-456
0,39	-334	91	31	-35	-453
0,3925	-337	84	37	-34	-450
0,395	-340	78	42	-34	-446
0,3975	-342	71	46	-32	-443
0,4	-344	64	50	-30	-441
0,4025	-346	57	54	-28	-438
0,405	-347	50	58	-26	-435
0,4075	-348	42	61	-23	-432
0,41	-349	35	64	-20	-430
0,4125	-350	27	66	-16	-427
0,415	-350	19	68	-13	-424
0,4175	-350	11	69	-9	-421
0,42	-350	3	70	-5	-418
0,4225	-349	-4	70	-1	-415
0,425	-348	-12	70	3	-412
0,4275	-347	-20	69	7	-408
0,43	-346	-28	68	10	-404
0,4325	-344	-36	66	14	-400
0,435	-343	-43	64	18	-396
0,4375	-340	-51	61	21	-391
0,44	-338	-58	58	24	-386
0,4425	-335	-65	55	27	-381

0,445	-332	-72	51	29	-376
0,4475	-329	-79	46	31	-370
0,45	-325	-85	42	33	-364
0,4525	-322	-91	37	34	-358
0,455	-318	-97	32	35	-352
0,4575	-313	-103	26	35	-345
0,46	-309	-108	21	35	-339
0,4625	-304	-113	15	34	-332
0,465	-299	-117	9	33	-326
0,4675	-294	-121	3	32	-320
0,47	-288	-125	-3	30	-314
0,4725	-283	-129	-9	28	-308
0,475	-277	-131	-14	25	-303
0,4775	-270	-134	-20	22	-298
0,48	-264	-136	-26	19	-293
0,4825	-257	-138	-31	16	-289
0,485	-251	-139	-36	12	-286
0,4875	-244	-140	-41	8	-284
0,49	-236	-140	-46	4	-282
0,4925	-229	-140	-50	0	-281
0,495	-221	-139	-54	-4	-281
0,4975	-214	-138	-58	-7	-283
0,5	-206	-137	-61	-11	-285
0,5025	-198	-135	-64	-15	-289
0,505	-189	-133	-66	-18	-294
0,5075	-181	-130	-68	-22	-300
0,51	-172	-127	-69	-25	-307
0,5125	-164	-123	-70	-27	-316
0,515	-155	-119	-70	-30	-326
0,5175	-146	-115	-70	-32	-338
0,52	-137	-110	-69	-33	-351
0,5225	-128	-105	-68	-34	-365
0,525	-119	-100	-66	-35	-381
0,5275	-109	-94	-64	-35	-398
0,53	-100	-88	-61	-35	-416
0,5325	-90	-82	-58	-34	-436
0,535	-81	-75	-55	-33	-457

Fonte: Autoria própria, 2022.