



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO

PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

CENTRO DE ENGENHARIAS

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

VALÉCIUS ALVES DUARTE

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O MÉTODO DE CÁLCULO DA TEORIA
CLÁSSICA DE PLACAS DELGADAS E DE SOFTWARE COMPUTACIONAL NO
COMPORTAMENTO DE LAJES MACIÇAS**

MOSSORÓ – RN
2020

VALÉCIUS ALVES DUARTE

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O MÉTODO DE CÁLCULO DA TEORIA
CLÁSSICA DE PLACAS DELGADAS E DE SOFTWARE COMPUTACIONAL NO
COMPORTAMENTO DE LAJES MACIÇAS**

Monografia apresentada à Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
Centro de Engenharias para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. João Paulo Matos
Xavier

MOSSORÓ – RN
2020

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

D812a Duarte, Valécio Alves.

Análise comparativa entre o método de cálculo da teoria clássica de placas delgadas e de software computacional no comportamento de lajes maciças / Valécio Alves Duarte. - 2020.
79 f. : il.

Orientador: João Paulo Matos Xavier.
Monografia (graduação) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Curso de Engenharia Civil, 2020.

1. Modelagem numérica. 2. Análise comparativa. 3. Placas delgadas. 4. Lajes maciças. 5. Concreto armado. I. Xavier, João Paulo Matos, orient. II. Título.

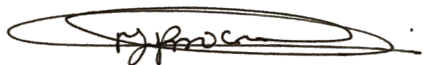
VALÉCIUS ALVES DUARTE

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O MÉTODO DE CÁLCULO DA TEORIA
CLÁSSICA DE PLACAS DELGADAS E DE SOFTWARE COMPUTACIONAL NO
COMPORTAMENTO DE LAJES MACIÇAS**

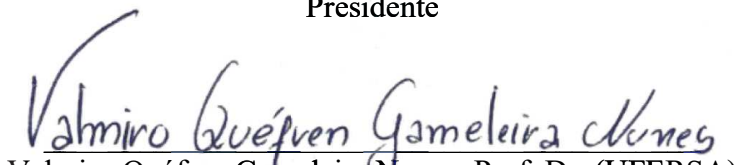
Monografia apresentada à Universidade
Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA,
Centro de Engenharias para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Defendida em: 09/12/2020.

BANCA EXAMINADORA



João Paulo Matos Xavier, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente



Valmiro Quéfren Gameleira Nunes, Prof. Dr. (UFERSA)
Membro Examinador



Robson Lopes Pereira, Prof. Me. (PUC-GO)
Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à minha mãe, Francisca Alves, por ser minha maior inspiração e exemplo de força, e ao meu pai, Francisco Edmar, por ser meu melhor amigo em todos os momentos, me apoiar e incentivar sempre. Pais, obrigado por serem minha base e suportar muitas dificuldades comigo. Eu amo muito vocês!

Agradeço ao meu irmão, Vinícius Duarte, por ser sempre positivo e me apoiar em diversos momentos.

Agradeço aos meus familiares que mesmo com a distância não pararam de se preocupar comigo e mandar energias positivas.

Agradeço à minha melhor amiga e namorada, Cíntia Andrade, que foi minha parceira ao longo dessa batalha, enfrentando junto comigo inúmeras dificuldades, sempre confiando, apoiando e torcendo por mim.

Agradeço à todas as pessoas magníficas que a UFERSA trouxe para minha vida, em especial ao Jorzel Alves, Cláudio Kênnyo, Ítalo Bruno, Leonardo da Silva, Cayssa Ágatha, Jéssyca Karla, Ramon Tavares e Isac Sousa.

Agradeço aos professores que me mostraram que a profissão vai além de dar aula e que tive o prazer de aprender muito com eles, em especial ao Francisco Rosendo e Gutemberg Ferreira. Professores, meu muito obrigado! Saibam que me espelho muito em vocês.

Agradeço à ALPE Engenharia e aos amigos que fiz lá por serem o melhor estímulo que tive durante a graduação. Infelizmente não dá para citar o nome de cada um, mas tenho muito carinho e orgulho de vocês e de ter feito parte dessa história. Valorizamos nós!

Agradeço ao meu professor Dr. João Paulo pela orientação e atenção durante a construção desse trabalho.

Agradeço aos meus amigos de Crateús que mantiveram sempre me animando e acreditando em mim, mesmo de longe! Amo vocês!

Por fim, agradeço a todos os amigos, familiares e profissionais que não estão citados aqui, mas que foram importantes nessa jornada.

RESUMO

O objetivo desse trabalho é realizar uma análise comparativa dos resultados nos elementos de lajes maciças advindos do procedimento manual fundamentado na teoria clássica de placas delgadas com os obtidos por meio da ferramenta computacional Eberick versão 2020. Para isso, foram modelados pórticos no programa de modo a se aproximar das considerações feitas para o equacionamento do cálculo da teoria clássica. A partir da modelagem, comparou-se os resultados com os obtidos a partir das tabelas de Bares (1972). Além disso, para os exemplos analisados, optou-se por variar o carregamento acidental, carga permanente e espessura da laje para estudar a influência dessas variações. A comparação apontou uma maior proximidade dos valores nos dois métodos para as lajes com menor diferença entre vãos, ou seja, coeficientes λ menores. Somado a isso, a presença de apoios simples aproximava as comparações, enquanto com os engastes ocorreu maior divergência. Os valores das razões médias calculadas entre os resultados obtidos manualmente e a partir do *software* foram de 94,6% para os momentos fletores e 99,3% para os esforços cortantes. Desse modo, foi observado que as variações de carregamentos não mostraram maiores alterações na comparação, porém a espessura modificou, pois afeta diretamente nas considerações adotadas na teoria das placas delgadas. Conclui-se que os métodos apresentam resultados semelhantes quando suas hipóteses são próximas, porém, o método das placas delgadas mostrou ter mais limitações do que a analogia de grelha do Eberick para representar o comportamento real das estruturas.

Palavras-chave: Modelagem numérica. Análise comparativa. Placas Delgadas. Lajes Maciças. Concreto Armado.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esforços cortantes de um elemento de placa	23
Figura 2 – Momentos fletores e torçores em um elemento de placa	24
Figura 3 - Tipos de vinculações de lajes	26
Figura 4 - Casos de vinculação de lajes armadas em uma direção com apoios simples e engastes perfeitos	27
Figura 5 - Charneiras plásticas para cálculo das reações nos apoios das lajes.....	30
Figura 6 – Análise dos esforços apresentados na grelha do Eberick	32
Figura 7 – Fluxograma das etapas	34
Figura 8 – Lajes maciças consideradas no estudo	36
Figura 9 – Configuração Análise do Eberick	47
Figura 10 – Configuração Painéis de Lajes do Eberick	48
Figura 11 – Configuração Dimensionamento do Eberick.....	48
Figura 12 - Lançamento das lajes maciças no Eberick	49
Figura 13 – Vinculação das lajes sem engastes no Eberick	50
Figura 14 – Modelo de vinculação da laje com um engaste no Eberick.....	50
Figura 15 – Modelo de vinculação para laje biengastada no Eberick.....	51
Figura 16 – Modelo estrutural em 3D das lajes com apoios simples	51
Figura 17 – Modelo estrutural em 3D das lajes com um engaste.....	52
Figura 18 – Modelo estrutural em 3D das lajes biengastadas	52
Figura 19 – Interface dos resultados da análise estrutural e dimensionamento no Eberick.....	53
Figura 20 – Interface das características utilizadas na grelha do Eberick.....	53
Figura 21 – Razão dos resultados para os momentos positivos em x.....	57
Figura 22 – Razão dos resultados para os momentos positivos em y.....	58
Figura 23 – Razão dos resultados para os momentos negativos em x	61
Figura 24 – Razão dos resultados para os cortantes no apoio em x.....	65
Figura 25 – Razão dos resultados para os cortantes no apoio em y.....	66
Figura 26 – Razão dos resultados para os cortantes no engaste em x.....	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental	15
Tabela 2 - Correspondência entre classe de agressividade e a qualidade do concreto armado	15
Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental, o elemento estrutural analisado e o cobrimento nominal do concreto para uma tolerância de execução de 10 mm..	16
Tabela 4 - Valores estimados do módulo de elasticidade em função da classe do concreto considerando o granito ou o gnaíse como agregado graúdo.	17
Tabela 5 - Resistência características de escoamento à tração do aço (f_{yk}) e deformação específica de cálculo (ϵ_{yd}).....	17
Tabela 6 - Espessuras mínimas de lajes maciças.....	18
Tabela 7 – Fatores de redução das cargas acidentais para o ELU e ELS.....	21
Tabela 8 - Momentos e reações para lajes armadas em uma direção	27
Tabela 9 - Cálculo da flecha máxima elástica	28
Tabela 10 – Disposição das lajes quanto sua geometria e direção das armaduras	35
Tabela 11 – Características dos cenários	37
Tabela 12 – Detalhes da consideração de cada cenário	37
Tabela 13 – Características geométricas e de vinculação das lajes (Continua)	37
Tabela 14 – Características do projeto.....	39
Tabela 15 - Momentos nas lajes com configuração padronizada.....	41
Tabela 16 - Momentos nas lajes com carga acidental de 600 kgf/m ²	42
Tabela 17 - Momentos nas lajes com carga de 600 kgf/m ² (Continua)	42
Tabela 18 - Momentos nas lajes com espessura de 20 cm	43
Tabela 19 – Esforços cortantes nas lajes com carregamento padronizado	44
Tabela 20 – Esforços cortantes nas lajes com carga acidental de 600 kgf/m ²	45
Tabela 21 – Esforços cortantes nas lajes com carga de 600 kgf/m ² (Continua).....	45
Tabela 22 – Esforços cortantes nas lajes com espessura de 20 cm	46
Tabela 23 - Comparação momentos positivos na configuração padronizada	55
Tabela 24 - Comparação momentos positivos para a carga acidental de 600 kgf/m ² (Continua)	55
Tabela 25 - Comparação momentos positivos para a carga de 600 kgf/m ²	56
Tabela 26 - Comparação momentos positivos para a espessura de 20 cm (Continua).....	56
Tabela 27 - Comparação dos momentos negativos na configuração padronizada.....	59
Tabela 28 – Comparação dos momentos negativos para a carga acidental de 600 kgf/m ²	60
Tabela 29 – Comparação dos momentos negativos para a carga de 600 kgf/m ²	60
Tabela 30 – Comparação dos momentos negativos para a espessura de 20 cm.....	61
Tabela 31 - Comparação da configuração padronizada dos cortantes nos apoios (Continua). ..	62
Tabela 32 - Comparação dos cortantes nos apoios para a carga acidental de 600 kgf/m ²	63
Tabela 33 - Comparação dos cortantes nos apoios para a carga de 600 kgf/m ² (Continua)	63
Tabela 34 - Comparação dos cortantes nos apoios para a espessura de 20 cm	64
Tabela 35 – Comparação da configuração padronizada dos cortantes nos engastes	67
Tabela 36 – Comparação dos cortantes nos engastes para a carga acidental de 600 kgf/m ² ...	67
Tabela 37 - Comparação dos cortantes nos engastes para a carga de 600 kgf/m ²	68
Tabela 38 - Comparação dos cortantes nos engastes para a espessura de 20 cm.....	68

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	OBJETIVOS.....	11
1.1.1	Objetivo Geral.....	11
1.1.2	Objetivos Específicos	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	CONCRETO ARMADO.....	12
2.2	ELEMENTOS E SISTEMAS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO.....	12
2.3	TIPOS DE LAJES.....	13
2.3.1	LAJES MACIÇAS	13
2.4	ETAPAS DE UM PROJETO ESTRUTURAL DE LAJES MACIÇAS.....	14
2.4.1	Concepção Estrutural	14
2.4.1.1	Classe de agressividade ambiental.....	14
2.4.1.2	Qualidade do concreto.....	15
2.4.1.3	Cobrimento nominal das armaduras	16
2.4.1.4	Módulo de elasticidade.....	16
2.4.1.5	Tipo de aço	17
2.4.2	Pré-Dimensionamento.....	17
2.4.3	Ações atuantes.....	18
2.4.3.1	Ações permanentes	18
2.4.3.2	Ações variáveis.....	19
2.4.3.3	Ações excepcionais	20
2.4.3.4	Combinação de ações.....	20
2.4.4	Análise estrutural.....	22
2.4.4.1	Método clássico da teoria das placas delgadas	22
2.4.4.2	Lajes armadas em uma direção.....	26
2.4.4.3	Lajes armadas em duas direções.....	28
2.4.4.4	Analogia de grelha	31
3	METODOLOGIA	33
4	ESTUDOS DE CASO	35
4.1	MODELAGEM DOS PÓRTICOS	35
4.2	CONCEPÇÃO ESTRUTURAL	37
4.2.1	Considerações adotadas para elaboração do projeto.....	38
4.3	PRÉ-DIMENSIONAMENTO	39
4.4	AÇÕES ATUANTES.....	39
4.4.1	Configuração padronizada	39
4.4.2	Cenário 1: variação da carga acidental.....	40
4.4.3	Cenário 2: variação da carga permanente	40

4.4.4	Cenário 3: variação da espessura	40
4.5	ANÁLISE ESTRUTURAL	40
4.5.1	Cálculo dos momentos fletores	41
4.5.1.1	Configuração padronizada.....	41
4.5.1.2	Cenário 1: variação da carga acidental.....	42
4.5.1.3	Cenário 2: variação da carga permanente.....	42
4.5.1.4	Cenário 3: variação da espessura	43
4.5.2	Cálculo dos esforços de cisalhamento.....	44
4.5.2.1	Configuração padronizada.....	44
4.5.2.2	Cenário 1: variação da carga acidental.....	44
4.5.2.3	Cenário 2: variação da carga permanente.....	45
4.5.2.4	Cenário 3: variação da espessura	46
4.6	IMPLEMENTAÇÃO NO EBERICK	47
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	55
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
	REFERÊNCIAS.....	71
	ANEXOS	73

1 INTRODUÇÃO

A engenharia civil é um campo de atuação que possui diversas áreas, uma delas sendo a engenharia de estruturas. Não só esta área como várias outras vem, cada vez mais, sofrendo influência da tecnologia na sua aplicação, seja com o advento de novos equipamentos, ensaios mais sofisticados ou *softwares* que proporcionam e viabilizam a modelagem numérica.

Segundo Pfeil (1984), o concreto armado é constituído por dois materiais, sendo eles, o concreto e o aço, no qual possuem naturezas distintas entre si, entretanto, com algumas propriedades complementares que corroboram sua eficiência no uso das estruturas.

Ao adicionar as barras de aço ao concreto de modo dimensionado e com os cuidados previstos pelas normas vigentes, promovem o resultado de um material que apresenta boa resistência à maioria das solicitações, elevada trabalhabilidade, durabilidade e resistência a choques e vibrações (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Na montagem dos sistemas da estrutura o uso de elementos estruturais torna o procedimento de cálculo mais simplificado com peças, geralmente com determinadas dimensões predominantes sobre outras, que compõem o modelo (BOTELHO; MARCHETTI, 2013). Alguns desses elementos são conhecidos como lajes, vigas e pilares, no qual, por norma, existem algumas diferenciações por dimensões e tipos de esforços predominantes.

De acordo com Araújo (2014), as lajes ou placas de concreto armado são os elementos que têm como função principal receber as cargas de utilização das edificações e transmiti-las aos outros elementos estruturais, como vigas e pilares, respectivamente.

Um dos tipos de lajes é a maciça, que, segundo Bastos (2015), apresenta sua espessura composta integralmente por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente transversais. Elas ainda podem ser apoiadas em vigas ou paredes ao redor de suas bordas, no caso de alvenaria estrutural.

Segundo o item 16 da ABNT NBR 6118/2014 referente a projetos de estruturas de concreto no que tange ao procedimento de análise, as lajes juntamente com os outros elementos devem seguir alguns critérios relacionados ao dimensionamento, verificação e detalhamento. Além disso, não existe um único modelo de cálculo abordado na literatura, sendo um método para o cálculo manual do projeto de lajes maciças, o de placas delgadas baseado na Teoria de Kirchhoff.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o método de cálculo da teoria clássica de placas delgadas é baseado em tabelas que são usadas para o cálculo dos momentos fletores,

esforços cortantes e deslocamentos máximos do vão das lajes, que, por meio de fórmulas, conduzem a resultados satisfatórios no dimensionamento.

Com todo o avanço da tecnologia e necessidade de suprir arquiteturas ainda mais desafiadoras, ferramentas computacionais, como por exemplo o *software* Eberick, estão sendo cada vez mais utilizados por profissionais, não só no dimensionamento, como também na compreensão do comportamento da estrutura de forma global.

Com base no exposto, o presente trabalho tem como objetivo comparar e analisar os resultados, quanto aos momentos fletores e esforços cortantes obtidos por meio do método de cálculo da teoria clássica de placas delgadas com os do *software* Eberick em lajes maciças.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Estudar o comportamento das lajes maciças, comparando a metodologia de cálculo com base na teoria clássica de placas delgadas em regime elástico com a metodologia computacional de analogia de grelha utilizada pelo *software* de projetos estruturais AltoQI Eberick.

1.1.2 Objetivos Específicos

- (i) Realizar o cálculo das lajes por meio das Tabelas de Bares (1972);
- (ii) Realizar a modelagem das lajes baseadas na analogia de grelha, por meio do *software* computacional AltoQI Eberick versão 2020;
- (iii) Comparar os modelos dos itens anteriores quanto aos momentos fletores e esforços cortantes.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 CONCRETO ARMADO

O concreto é um material de extrema importância para a sociedade, uma vez que muitas estruturas são realizadas com ele, como por exemplo, edifícios, pontes, túneis, barragens, fábricas, calçadas e playgrounds (MAMLOUK; ZANIEWSKY, 2011). Entretanto, seu uso isolado em determinadas situações se torna inviável, pois, apesar de ser um material com elevada resistência aos esforços de compressão, sua capacidade resistente à tração é de aproximadamente 10% da resistência de compressão, não sendo recomendado utilizá-lo de maneira isolada para soluções estruturais (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Por esta razão, geralmente usa-se o concreto com um material de elevada resistência a tração, no caso, o aço, sendo este, para Chiaverini (1982), uma liga ferro-carbono, composta de 0,008% a 2,11% de carbono, além de alguns elementos residuais. O aço, portanto, se caracteriza como um material com excelentes propriedades mecânicas e que se provou, devido sua aderência com o concreto, trabalhar muito bem em conjunto para diversos esforços (ARAÚJO, 2014).

2.2 ELEMENTOS E SISTEMAS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), elementos estruturais são peças que compõem o todo da estrutura, geralmente com uma ou duas dimensões predominantes sobre as demais, enquanto os sistemas estruturais são o modo que os elementos são arranjados. Ainda Carvalho e Figueiredo Filho (2014) reforçam a importância do entendimento desses conceitos, uma vez que a interpretação e análise do comportamento real da estrutura são, normalmente, complexas e difíceis.

No que se refere ao cálculo dos esforços solicitantes do elemento de laje, Araújo (2014) afirma o cuidado necessário dentro da análise estrutural, visto que as condições de contorno e de rigidez dos elementos estruturais são fatores muito importantes, pois se eles forem analisados de maneira incorreta os resultados podem ser bastantes distorcidos da realidade.

Clímaco (2008) faz uso da técnica de discretização, que consiste em desmembrar o sistema estrutural em elementos cujo comportamento possa ser admitido como conhecido, e descreve algumas hipóteses simplificadoras com o objetivo de montar um modelo físico e matemático que seja possível analisar a estrutura com resultados satisfatórios. Algumas dessas

hipóteses são referentes a uniformidade da carga da laje, cálculo como peças laminares isoladas com atenção na vinculação, vigas de bordo consideradas indeslocáveis, dentre outras.

2.3 TIPOS DE LAJES

As lajes podem ser definidas como elementos estruturais laminares, submetidos a ações majoritariamente normais à sua superfície, com função de resistir às cargas de utilização atuantes na estrutura (CLIMACO, 2008). Além disso, Araújo (2014) afirma que as lajes também contribuem para a distribuição das ações horizontais entre os elementos de contraventamento, bem como funcionando como mesas de compressão das vigas T.

Ao longo dos anos, muitos tipos de lajes foram desenvolvidos visando suprir determinados quesitos particulares. Com isso, a escolha ideal de qual laje será utilizada passa por uma série de critérios relacionados ao gosto do cliente, caráter estético, limitações executivas, tipos de esforços presentes e condições geométricas limitantes. Após análise criteriosa, o engenheiro estrutural deve escolher a solução mais adequada para a situação (RABELLO, 2016).

De acordo com o método construtivo, é possível classificar as lajes em maciças moldadas *in loco*, pré-moldadas e pré-fabricadas. No presente estudo irá abordar mais especificamente as lajes maciças moldadas *in loco* e suas particularidades técnicas e de cálculo.

2.3.1 LAJES MACIÇAS

Segundo Bastos (2015), as lajes mais utilizadas em edifícios residenciais são as maciças, sendo compostas por toda a sua espessura constante de concreto, com adição de barras de aço longitudinais para combater a flexão e eventualmente armaduras transversais, a fim de combater o cisalhamento, podendo ser apoiadas em vigas ou paredes ao longo de suas bordas.

Um dos sistemas estruturais mais comuns é a laje apoiada em vigas, estas apoiadas em pilares. Assim, as lajes maciças sustentadas em vigas distribuem todas as suas reações em todas as vigas de contorno e, desse modo, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), “há um melhor aproveitamento das vigas do pavimento, pois todas elas, dependendo apenas dos vãos e condições de contorno, podem ter cargas da mesma ordem de grandeza”.

2.4 ETAPAS DE UM PROJETO ESTRUTURAL DE LAJES MACIÇAS

Segundo Clímaco (2008), a estrutura é denominada como o conjunto das partes consideradas resistentes de uma edificação e assegurada quanto sua resistência quando conhecido o comportamento de suas peças ou elementos estruturais. Esse conhecimento é aplicado em um projeto estrutural de boa qualidade que, para Kimura (2007), deve atender os requisitos de capacidade resistente, desempenho em serviço e durabilidade.

Assim, tanto um projeto estrutural, quanto elementos isolados, no caso desse estudo as lajes maciças, podem ser constituídos em etapas, desde seu início até sua finalização, são elas: concepção estrutural, pré-dimensionamento, determinação das ações atuantes, análise estrutural, dimensionamento, verificações e detalhamento.

2.4.1 Concepção Estrutural

A concepção estrutural, também conhecida como lançamento da estrutura, consiste na disposição das peças da estrutura de acordo com o sistema adotado, a fim de se obter o melhor ajuste ao projeto de arquitetura, levando em consideração os aspectos econômicos, as facilidades construtivas e a eficiência global da edificação (CLÍMACO, 2008). Além disso, Albuquerque (1999) acrescenta a importância da definição dos materiais a se utilizar no projeto, juntamente o cuidado com a estética e funcionalidade da edificação.

A escolha do tipo de laje também depende da concepção arquitetônica, uma vez que o projeto estrutural é calculado de acordo com as limitações e exigências do projeto arquitetônico, em que esses dois projetos devem estar compatibilizados (PEREIRA et al, 2019).

Consta de uma etapa de extrema importância para todo o projeto, pois é a partir dela que as outras são determinadas, sendo necessário muita atenção nas várias escolhas que se precisa fazer nessa fase, em prol de não comprometer os demais passos.

2.4.1.1 Classe de agressividade ambiental

Uma das maiores preocupações das estruturas de concreto armado é com sua durabilidade no qual, conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2014), devem ser projetadas sob as influências ambientais previstas de modo a conservar sua segurança e estabilidade durante a vida útil.

Essas influências ambientais, que são relacionadas às ações físicas e químicas, estão classificadas conforme a classe de agressividade ambiental do meio em que a estrutura estará inserida, ou seja, associado com o risco de deterioração dela, presente de acordo com a ABNT NBR 6118/2014 em seu item 6.4.2, a partir da Tabela 1.

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito Forte	Industrial	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: Adaptada da Tabela 6.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

2.4.1.2 Qualidade do concreto

De modo a garantir a durabilidade das estruturas é importante que sejam feitos ensaios comprobatórios de desempenho frente a classe de agressividade adotada. Porém, na falta dos ensaios a norma ABNT NBR 6118/2014 estabelece as características que o concreto utilizado deve possuir, referente ao fator água/cimento e a classe de resistência, presentes na Tabela 2.

Tabela 2 - Correspondência entre classe de agressividade e a qualidade do concreto armado

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	Concreto Armado	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT 8953)	Concreto Armado	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$

Fonte: Adaptada da Tabela 7.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

Definido a classe de agressividade ambiental e o material utilizado, no presente estudo o concreto armado, é possível obter a mínima classe do concreto utilizada e o fator água cimento máximo na constituição desse concreto. Sendo a classe do concreto referente a resistência característica a compressão (f_{ck}) que será adotado para efeito de cálculo.

2.4.1.3 Cobrimento nominal das armaduras

Visto que o concreto não é um material inerte e, portanto, interage com as intempéries do meio ambiente, é preciso de uma espessura da camada de concreto de proteção das armaduras para garantir sua durabilidade (CLÍMACO, 2008). Assim, é importante não só a garantia da espessura mínima, como também a qualidade do concreto de cobrimento das armaduras.

Conforme a ABNT NBR 6118/2014 no item 7.4.7.2, para garantir o cobrimento mínimo ($C_{\min}$), ou seja, o menor valor a ser respeitado ao longo de todo o elemento, é preciso identificar o componente e sua respectiva classe de agressividade, conforme Tabela 3

Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental, o elemento estrutural analisado e o cobrimento nominal do concreto para uma tolerância de execução de 10 mm.

Tipo de estrutura	Componentes ou elementos	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

Fonte: Adaptada da Tabela 7.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

2.4.1.4 Módulo de elasticidade

Segundo Clímaco (2008), módulo de elasticidade é uma grandeza mecânica que mede a rigidez de um material sólido, e pode ser definido a partir da razão de outras duas grandezas, tensão e deformação, usualmente expressas de acordo com os diagramas tensão-deformação.

A partir da ABNT NBR 8522/2017, o módulo de deformação tangente ou inicial (E_{ci}), é dado como um módulo de deformação quando se trabalha no regime elástico e o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) relacionado ao valor obtido a partir da inclinação da reta até um determinado ponto específico no diagrama tensão deformação.

Na ABNT NBR 6118/2014 no item 8.2.8 aborda o procedimento de cálculo para estimar o valor do módulo de elasticidade, tanto inicial quanto secante, para caso não seja realizado os ensaios de determinação desta grandeza. A Tabela 4 mostra valores dos módulos de elasticidade

considerando agregado graúdo sendo granito ou gnaiss para quando não for possível a realização dos ensaios de determinação do módulo de elasticidade.

Tabela 4 - Valores estimados do módulo de elasticidade em função da classe do concreto considerando o granito ou o gnaiss como agregado graúdo.

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47

Fonte: Adaptada da Tabela 8.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

2.4.1.5 Tipo de aço

O valor característico da resistência de escoamento do aço à tração (f_{yk}) é um importante fator que influencia diretamente no dimensionamento das peças. Além disso, outros fatores como a capacidade aderente entre o aço e o concreto e o estado do aço utilizado nas obras são pontos que exigem a atenção do profissional no campo de atuação.

Segundo a ABNT NBR 7480/2007, as barras de aço são classificadas em CA-25 ou CA-50 e os fios de aço em CA-60, proporcionando, a partir da definição da classe adotada, a resistência característica de escoamento à tração (f_{yk}) e a deformação específica de cálculo (ϵ_{yd}), mostradas na Tabela 5.

Tabela 5 - Resistência características de escoamento à tração do aço (f_{yk}) e deformação específica de cálculo (ϵ_{yd}).

Aço	f_{yk} (MPa)	ϵ_{yd} (%)
CA25	250	0,104
CA50	500	0,207
CA60	600	0,248

Fonte: Adaptado do quadro 1.2 do Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

2.4.2 Pré-Dimensionamento

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a altura ou espessura final da laje é função da deformação limite ou do momento no estado limite último, sendo necessária a estimativa da altura para determinação do carregamento de origem do peso próprio do material. Caso o valor utilizado não seja compatível, faz-se correções posteriores. Além disso, como as

dimensões de largura e comprimento já são estabelecidas com o projeto arquitetônico, é necessário estimar apenas a espessura da laje maciça nessa etapa.

Apesar de ser uma etapa indispensável a ABNT NBR 6118/2014 não contém recomendações sobre um valor inicial de altura ou metodologias de cálculo para se obter essa informação. Contudo, a norma aborda dimensões mínimas a depender da situação em que se encontra a laje maciça, contidas na Tabela 6.

Tabela 6 - Espessuras mínimas de lajes maciças

Condição da laje	Limites mínimos (cm)
Laje de cobertura não em balanço	7,0
Laje de piso não em balanço	8,0
Laje em balanço	10,0
Laje que suporte veículos de peso total menor ou igual a 30kN	10,0
Laje que suporte veículos de peso total maior que 30kN	12,0

Fonte: Adaptada do item 13.2.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

2.4.3 Ações atuantes

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), ação é qualquer influência, ou o conjunto delas, capaz de gerar estados de tensão ou deformação em uma estrutura. Com isso, a ABNT NBR 6118/2014 no item 11.2.1 reforça a importância de contabilizar todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura analisada.

A ABNT NBR 8681/2003 classifica as ações em permanentes, variáveis e excepcionais, sendo cada uma considerada de maneira particular a depender da sua atuação, com contribuição de normas auxiliares, como por exemplo a ABNT NBR 6120/2019 que aborda diversas cargas para o cálculo de estruturas de edificações.

2.4.3.1 Ações permanentes

Segundo a ABNT NBR 6118/2014 no item 11.3.1, as ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores aproximadamente constantes durante toda a vida da construção, sendo consideradas com valores representativos mais desfavoráveis para a segurança.

Essa classificação de ações pode ser dividida em diretas e indiretas e abrangem a consideração do peso próprio da estrutura, peso dos elementos construtivos, instalações permanentes, empuxos permanentes, retração do concreto, fluência do concreto, dentre outros.

O valor do peso próprio de uma quantidade significativa de materiais, incluindo o concreto armado, pode ser calculado com o auxílio da ABNT NBR 6120/2019, que contém pesos específicos diversos e a partir da Equação 1 pode ser determinado o carregamento distribuído pela área da laje.

$$g_{pp} = \gamma_{material} \times h \quad (1)$$

Onde:

g_{pp} = carga permanente devido ao peso próprio, em kN/m².

$\gamma_{material}$ = peso específico do material considerado, em kN/m³.

h = espessura referente ao material, em metros.

As ações a se considerar no peso próprio vão depender do caso analisado, porém, geralmente são levados em conta os revestimentos e forros, além do elemento estrutural em estudo.

Além disso, as ações advindas das alvenarias que estão dispostas sobre a laje podem ser obtidas a depender do tijolo ou bloco utilizando, consultando a ABNT NBR 6120/2019 ou com o fabricante, fazendo as devidas considerações. Somado a isso, a disposição da alvenaria quanto a direção da armadura da laje reflete na consideração dessas ações na laje (ARAÚJO, 2014).

2.4.3.2 Ações variáveis

Da mesma forma que as ações permanentes possuem uma classificação dentro dessa categoria, as ações variáveis também possuem, relacionadas as ações diretas e indiretas. Em sua totalidade, a ABNT NBR 6118/2014 considera ações variáveis como cargas acidentais previstas para o uso da construção, ações do vento, ação da água, ações variáveis durante a construção, variações uniformes ou não de temperatura e ações dinâmicas.

De acordo com a ABNT NBR 6120/2019, as cargas acidentais verticais previstas para o uso da construção devem ser admitidas, salvo em casos especiais, uniformemente distribuídas em toda a área, havendo valores mínimos recomendados para cada local da edificação a depender do seu uso e ocupação.

2.4.3.3 Ações excepcionais

No item 11.5 da ABNT NBR 6118/2014 discorre sobre as ações excepcionais como sendo aquelas cujo efeitos não possam ser controlados por outros meios, no qual são considerados de maneira particular, por normas brasileiras específicas. Como o estudo é destinado a simulações para construções usuais, não cabe no escopo do estudo a consideração dessas ações.

2.4.3.4 Combinação de ações

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a combinação das ações deve ser feita com objetivo de determinar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura, utilizando as combinações últimas para verificação da segurança em relação ao estado limite último (ELU) e as combinações de serviço em relação ao estado limite de serviço (ELS).

As combinações últimas das ações podem ser: normais, especiais ou excepcionais, sendo as duas últimas utilizadas nos casos em que existam, respectivamente, ações variáveis especiais e excepcionais.

A ABNT NBR 8681/2003 define as ações variáveis especiais como ações sísmicas ou ações de natureza especial e as ações variáveis excepcionais como ações provenientes de causas como explosões, incêndios e enchentes. Dessa forma, nota-se que essas ações não são tão comumente utilizadas, sendo a combinação normal a mais usual e utilizada no estudo.

Nas combinações últimas normais, apenas uma ação variável é considerada como a principal, atuando com seu valor característico, e as outras assumem papel secundário, com valores reduzidos de atuação (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Além disso, é preciso utilizar coeficientes de ponderação dos materiais a fim de minorar suas resistências no ELU, admitindo 1,4 e 1,15 respectivamente para as combinações últimas normais do concreto e do aço.

De acordo com Clímaco (2008), os estados limites de serviço são aqueles que estão diretamente relacionados com a durabilidade e aparência da estrutura, assim como o conforto das pessoas que a utilizam. Carvalho e Figueiredo Filho (2014) afirmam que as combinações de serviço são classificadas de acordo com seu tempo de atuação na estrutura em quase permanentes, frequentes e raras. Na análise será considerada a combinação quase permanente e os carregamentos do tipo acidental para o cálculo das deformações excessivas (ARAÚJO, 2014).

A consideração da combinação quase permanente de serviço é feita admitindo a totalidade das ações permanentes sem majoração somadas a todas as ações variáveis com seus valores reduzidos a partir do coeficiente ψ_2 . Já a combinação frequente de serviço difere da anterior na consideração de uma ação variável principal, tomada com seu valor frequente a partir do coeficiente ψ_1 , com as demais com seus valores quase permanentes, a partir do coeficiente ψ_2 (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Os valores dos coeficientes de ponderação utilizados nas combinações frequentes (ψ_1), nas combinações quase permanentes (ψ_2) e nas cargas variáveis não principais no ELU (ψ_0) estão dispostos na Tabela 7.

Tabela 7 – Fatores de redução das cargas acidentais para o ELU e ELS

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagem	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

Fonte: Adaptada da Tabela 11.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

2.4.4 Análise estrutural

2.4.4.1 Método clássico da teoria das placas delgadas

Também denominado como método elástico ou linear, é baseado nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações deste elemento com os demais (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

A ABNT NBR 6118/2014 permite a utilização desse método para análise dado coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,2 e com módulo de elasticidade utilizado sendo o secante (E_{cs}), desde que atendidas as condições dos itens 14.5.2 e 14.5.3, referentes a análise linear, e dos itens 14.7.3.1 e 14.7.3.2, refere aos valores de rigidez e redistribuição de momentos (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Segundo Timoshenko & Woinosky-Kreiger (1959), são admitidas algumas hipóteses para o procedimento de cálculo de placas com pequena espessura, como é o caso da maioria das lajes de edifícios, são elas:

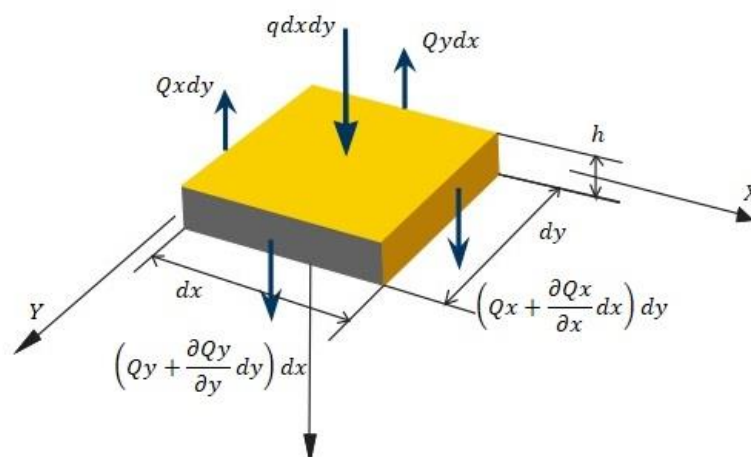
- a) a placa indeformada e plana;
- b) o material da placa é considerado elástico, linear, homogêneo e isotrópico;
- c) a espessura da placa é pequena e da ordem de grandeza 1/10 das outras dimensões;
- d) o carregamento é aplicado ortogonalmente ao plano da placa;
- e) os deslocamentos dos pontos da superfície média são pequenos quando comparados com a espessura da placa;
- f) as deformações angulares da superfície média são pequenas quando comparados à unidade;
- g) seções da placa inicialmente perpendiculares à superfície média continuam perpendiculares após a deflexão dela;
- h) as deformações provocadas pelo cisalhamento são desprezadas;
- i) as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às tensões no mesmo plano;
- j) a deformação da placa é produzida por deslocamentos dos pontos da superfície média perpendicular ao plano indeformado.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014), acrescentam outras considerações a serem feitas a fim de facilitar o emprego das condições de contorno na resolução do problema de determinação dos esforços, são elas:

- a) Não há transmissão de momentos torçores para as vigas, sendo considerado apenas ação das placas nas vigas por meio de forças verticais;
- b) As ações das placas nas vigas são uniformemente distribuídas, sendo transmitida as cargas da placa para as vigas e posteriormente para os pilares;
- c) As vigas de contorno não sofrem deslocamento na direção vertical;
- d) A rotação das placas no contorno é livre, considerando apoio simples, ou totalmente impedida, considerando engastada.

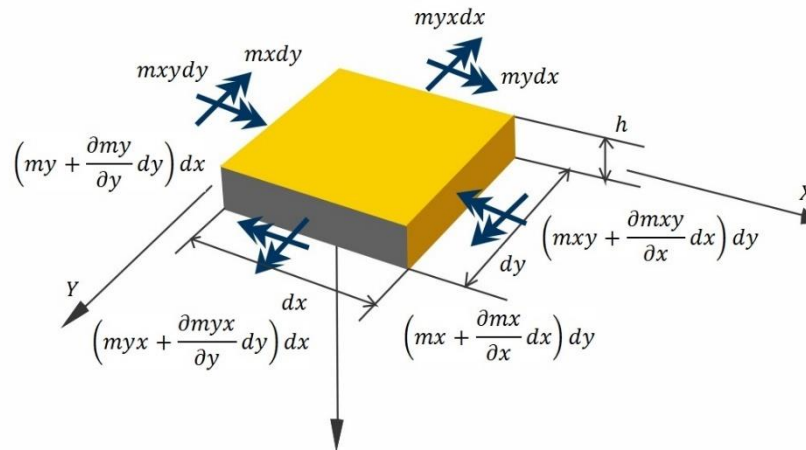
A partir das hipóteses básicas anteriores, conforme Timoshenko & Woinosky-Kreiger (1959), é possível considerar um elemento infinitesimal de um elemento de placa submetido a um carregamento $q(x,y)$. No qual, ao realizar o equilíbrio de forças e momentos, pode-se determinar a equação diferencial fundamental das placas delgadas que rege seu comportamento, dado pela Equação 2.

Figura 1 – Esforços cortantes de um elemento de placa



Fonte: Adaptado de Coelho (2000).

Figura 2 – Momentos fletores e torçores em um elemento de placa



Fonte: Adaptado de Coelho (2000).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (2)$$

Em que:

w = deslocamento vertical.

x, y = coordenadas de um ponto genérico da placa.

p = intensidade da carga atuante.

$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ = é a rigidez à flexão da placa.

E = módulo de deformação longitudinal do concreto.

ν = coeficiente de Poisson.

Ao resolver a Equação 2, é possível obter os esforços a partir da teoria da elasticidade, com momentos m_x e m_y nas direções x e y respectivamente:

$$m_x = D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$m_y = D \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4)$$

Dessa maneira, o cálculo ainda se encontra complexo para a análise, sendo empregado, portanto, o processo de resolução de placas elásticas por meio de séries para o cálculo das lajes maciças de concreto armado, para elementos retangulares isoladas e submetidas à carga uniformemente distribuída (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Uma solução desenvolvida por Claude Louis Marie Henri Navier e Paul Pierre Lévy é a representação das variáveis por meio de séries normalmente de funções trigonométricas, representando a carga $p(x,y)$, a linha elástica $w(x,y)$ e os momentos atuantes nas direções x e y por faixa de comprimento unitário, respectivamente m_x e m_y (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Estes esforços são obtidos a partir das derivadas da superfície elástica conforme Equações 5 e 6.

$$m_x = \frac{16.p}{\pi^2} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\left(\frac{m^2}{a^2} + \nu \frac{n^2}{b^2}\right)}{m.n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m.\pi.x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n.\pi.y}{b} \quad (5)$$

$$m_y = \frac{16.p}{\pi^2} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\left(\frac{n^2}{b^2} + \nu \frac{m^2}{a^2}\right)}{m.n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m.\pi.x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n.\pi.y}{b} \quad (6)$$

Onde:

m_x = momento fletor na direção x .

m_y = momento fletor na direção y .

p = carga uniformemente distribuída.

a, b = dimensões da placa.

m, n = números de retângulos em que se divide a placa, cada um com lados a/m e b/n .

As Equações 5 e 6 dependem exclusivamente dos parâmetros a , b , p e de quantos valores de m e n serão considerados, ou seja, sendo necessário saber apenas qual a precisão desejada na análise (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

A metodologia adotada para o processo de cálculo de placas utilizando séries trigonométricas favorece a simplificação da análise por permitir a confecção de quadros que auxiliam na determinação dos momentos fletores e deslocamentos máximos a partir das dimensões e condições de vinculação das placas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Portanto, o processo anterior ao cálculo é a discretização das lajes de maneira individualizada, considerando para a teoria de placas delgadas o deslocamento das vigas desprezíveis para o efeito de cálculo das lajes.

Feita a discretização da laje e obtidas as vinculações das suas bordas, considerando a possibilidade de possuir bordo livre ou engastado, é preciso definir se o elemento será armado em uma ou duas direções. Para isso, deverá ser calculado o parâmetro λ , que reflete na geometria do elemento, conforme Equação 7.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (7)$$

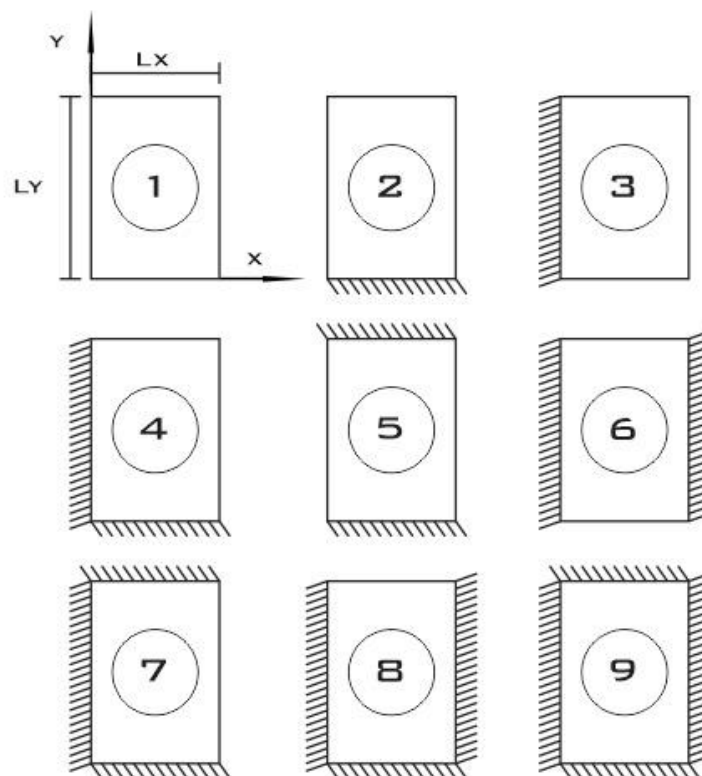
Onde:

l_x = menor dimensão da laje.

l_y = maior dimensão da laje.

Para coeficientes λ superiores a 2, nota-se que a laje possui uma dimensão superior ao dobro da outra, o que implica uma flexão predominante na direção do menor vão comparado à da outra direção, sendo recomendado armar em uma direção. Em contraposição, para coeficientes λ menores ou iguais a 2, nota-se que as dimensões da laje são mais próximas, sendo preciso considerar a flexão biaxial, recomendado armar nas duas direções (BASTOS, 2015).

Figura 3 - Tipos de vinculações de lajes



Fonte: Adaptada de Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

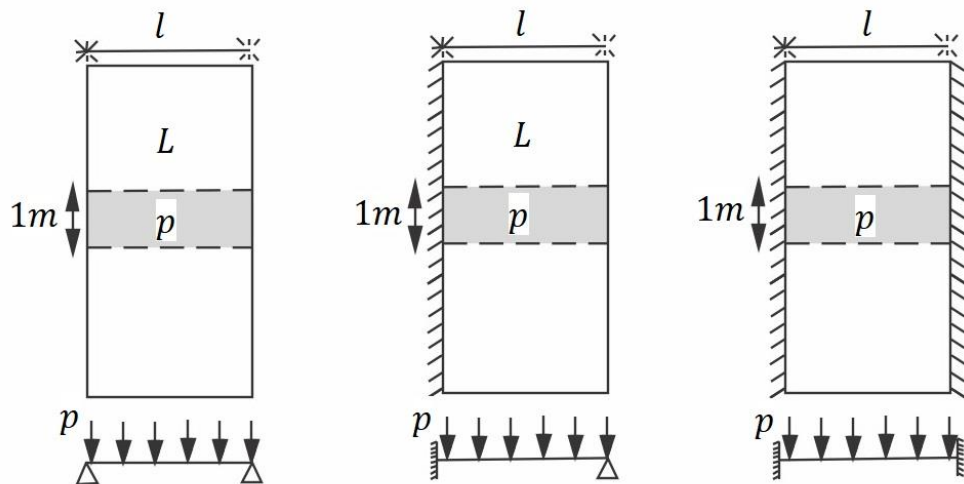
2.4.4.2 Lajes armadas em uma direção

Para Bastos (2015), nas lajes armadas em uma direção os esforços solicitantes de maior magnitude ocorrem na direção da menor dimensão, chamada de direção principal. Por sua vez,

na outra direção, chamada de direção secundária, os esforços solicitantes são significativamente inferiores. A partir disso, os momentos fletores e os deslocamentos são calculados supondo a laje como uma viga com largura unitária e apoiada nos bordos de maior dimensão (CLÍMACO, 2008).

Considerando as vinculações como apoios simples e engastes perfeitos, é possível admitir três cenários possíveis para efeito de cálculo. O primeiro corresponde a uma laje com vinculações compostas unicamente de apoios simples, o segundo com um apoio simples e engaste perfeito e, por fim, o terceiro com apenas engastes perfeitos, conforme Figura 4.

Figura 4 - Casos de vinculação de lajes armadas em uma direção com apoios simples e engastes perfeitos



Fonte: Adaptada de Clímaco (2008).

A partir da configuração, Bastos (2015) define os esforços nos apoios e os momentos fletores resultantes a depender do carregamento aplicado e menor dimensão do elemento estrutural, exposto na Tabela 8.

Tabela 8 - Momentos e reações para lajes armadas em uma direção

	M_{pos}	M_{neg}	$R_{simples}$	$R_{engastado}$
Cenário 1	$\frac{P \cdot l_x^2}{8}$	-	$\frac{P \cdot l_x}{2}$	-
Cenário 2	$\frac{P \cdot l_x^2}{14,22}$	$\frac{P \cdot l_x^2}{8}$	$\frac{3 \cdot P \cdot l_x}{8}$	$\frac{5 \cdot P \cdot l_x}{8}$
Cenário 3	$\frac{P \cdot l_x^2}{24}$	$\frac{P \cdot l_x^2}{12}$	-	$\frac{P \cdot l_x}{2}$

Fonte: Adaptada de Bastos (2015).

Onde:

P = carga, em kN/m².

l_x = menor dimensão da laje, em metros.

M_{pos} = máximo momento fletor positivo, em kN.m.

M_{neg} = máximo momento fletor negativo, em kN.m.

$R_{simples}$ = reação no apoio simples, em kN.

$R_{engastado}$ = reação no engaste perfeito, em kN.

Bastos (2015) afirma que, além dos momentos fletores e esforços cortantes, outro aspecto que também precisa ser analisado são os deslocamentos máximos sofridos após aplicação da carga, estes nomeados como flechas elásticas, expostos na Tabela 9.

Tabela 9 - Cálculo da flecha máxima elástica

	Flecha máxima
Cenário 1	$\frac{5 \cdot P \cdot l_x^4}{384 \cdot E \cdot I}$
Cenário 2	$\frac{P \cdot l_x^4}{185 \cdot E \cdot I}$
Cenário 3	$\frac{P \cdot l_x^4}{384 \cdot E \cdot I}$

Fonte: Adaptada de Bastos (2015).

Onde:

P = carga atuante.

l_x = menor dimensão da laje.

E = módulo de elasticidade.

I = momento de inércia.

2.4.4.3 Lajes armadas em duas direções

No processo de determinação dos esforços das lajes armadas em duas direções ou em cruz a simplificação feita anteriormente é inviável, visto que o elemento tem comportamento bastante diferente e precisa ser analisado como elemento de placa.

Existem diversas maneiras para análise das placas, porém, a utilizada no estudo foi a teoria das placas delgadas, também denominada de teoria de Kirchhoff, descrita no item 2.4.4.1 deste trabalho. Apesar do desenvolvimento envolver bases matemáticas complexas, seu processo de cálculo é bastante adequado para confecção de quadros, que auxiliam na determinação dos esforços atuantes e deslocamentos máximos (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). As tabelas de Bares (1972) são exemplos de quadros utilizados, no qual são determinados coeficientes a partir das condições de vinculação e geometria da laje.

Para o cálculo dos momentos positivos e negativos máximos, é possível consultar as tabelas desenvolvidas por Bares (1972), no Anexo A, B e C, e obter os valores dos coeficientes μ_x , μ'_x , μ_y e μ'_y , necessários para as Equações 8, 9, 10 e 11.

$$m_x = \mu_x \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (8)$$

$$m_y = \mu_y \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (9)$$

$$x_x = \mu'_x \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (10)$$

$$x_y = \mu'_y \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (11)$$

Onde:

μ_x , μ'_x , μ_y e μ'_y = coeficientes obtidos através da tabela de Bares.

P = carga aplicada na laje, em kN/m².

l_x = menor dimensão da laje, em metros.

m_x = momento máximo positivo na direção x, em kN.m/m.

m_y = momento máximo positivo na direção y, em kN.m/m.

x_x = momento máximo negativo na direção x, em kN.m/m.

x_y = momento máximo negativo na direção y, em kN.m/m.

Além dos esforços, os deslocamentos também precisam ser contabilizados, assim, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o cálculo da flecha máxima para lajes armadas em cruz com carregamento uniforme sem considerar o efeito da fissuração é dado a partir da Equação 12.

$$\delta = \frac{\alpha \cdot P \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot h^3 \cdot 100} \quad (12)$$

Onde:

δ = Flecha elástica, em metros.

l_x = menor dimensão da laje, em metros.

P = carga total atuante sobre a laje, em kN/m².

E_{cs} = módulo de elasticidade secante, em kN/m².

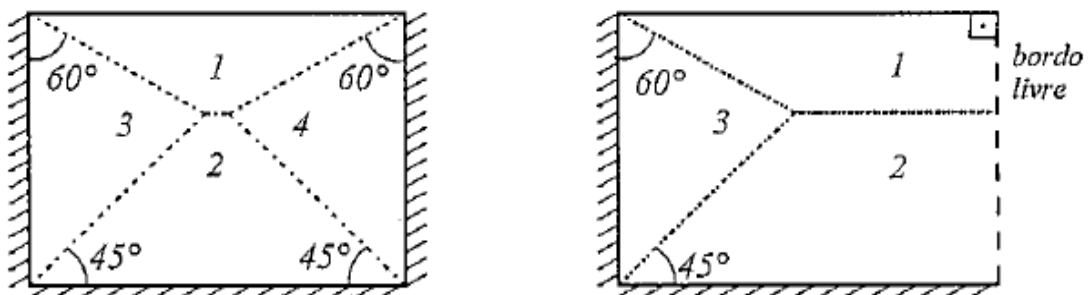
h = espessura da laje, em metros.

α = coeficiente tabelado por Bares (1972) e consta no Anexo D.

Com relação as reações de apoio a ABNT NBR 6118:2014 no item 14.7.6.1 admite aproximações para o cálculo que corresponde na estimativa de cada reação por meio da carga atuante nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas, considerando uniformemente distribuídas nos apoios.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) orientam que na falta da análise plástica, efetuar a aproximação por retas inclinadas a partir do vértice com 45° entre dois apoios iguais, 60° a partir do engaste, em caso do outro ser simplesmente apoiado e 90° a partir do apoio quando a borda vizinha for livre. Na figura 6 é representado as regiões mediante diferenciação das vinculações.

Figura 5 - Charneiras plásticas para cálculo das reações nos apoios das lajes



Fonte: Adaptada de Clímaco (2008).

Com isso, os valores correspondentes aos esforços transmitidos para as vigas de apoio podem ser calculados a depender da configuração das vinculações, determinado a partir das Equações 13, 14, 15 e 16.

$$q_x = k_x \times P \times \frac{l_x}{10} \quad (13)$$

$$q_y = k_y \times P \times \frac{l_x}{10} \quad (14)$$

$$q'_x = k'_x \times P \times \frac{l_x}{10} \quad (15)$$

$$q'_y = k'_y \times P \times \frac{l_x}{10} \quad (16)$$

Onde:

q_x = Reações nas vigas perpendiculares ao eixo x em bordas simplesmente apoiadas, em kN/m.

q_y = Reações nas vigas perpendiculares ao eixo y em bordas simplesmente apoiadas, em kN/m.

q'_x = Reações nas vigas perpendiculares ao eixo x em bordas engastadas, em kN/m.

q'_y = Reações nas vigas perpendiculares ao eixo y em bordas engastadas, em kN/m.

l_x = menor dimensão da laje, em metros.

P = carga total atuante sobre a laje, em kN/m².

k_x , k_y , k'_x e k'_y = coeficientes tabelados nos Anexos E, F e G.

2.4.4.4 Analogia de grelha

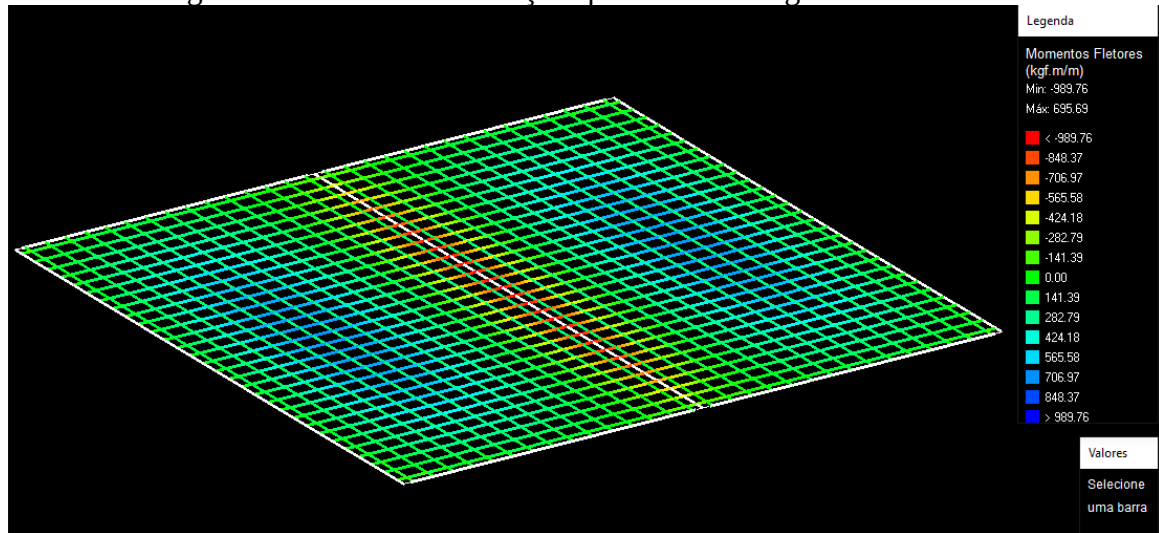
A analogia de grelha é um modelo estrutural no qual é realizada a substituição de uma placa por um conjunto de vigas ortogonais com rigidez à torção e à flexão que gera um estado de tensões e deformações equivalentes ao da estrutura real (BEZERRA, 2017).

Assim, conforme o AltoQi (2013), esse método tem uma série de vantagens, como por exemplo a análise de elementos de placas sem formato retangular regular. Além disso, o procedimento utilizado pelo *software* realiza interações entre os momentos fletores negativos sobre os apoios, verifica as descontinuidades de vinculação ao longo das bordas e considera os deslocamentos dos apoios do elemento plano, diferentemente da teoria de placas delgadas que considera a indeformabilidade dos apoios.

Com isso, nota-se que a proposta da análise de grelha apresenta em suas considerações um maior cuidado com o comportamento real do elemento, quando comparado ao método clássico das placas delgadas (ALTOQI, 2013).

Portanto, o *software* divide os elementos constituintes da malha em duas direções igualmente espaçadas e a partir da área de influência dos carregamentos é feita a distribuição nos elementos da grelha e calculados seus esforços, podendo ter cargas concentradas ou uniformemente distribuídas, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Análise dos esforços apresentados na grelha do Eberick



Fonte: Autoria própria (2020).

3 METODOLOGIA

O trabalho busca comparar dois métodos distintos, um manual e outro computacional, com o objetivo de estudar suas particularidades quando analisado o comportamento das lajes maciças de concreto armado.

O procedimento manual fundamenta-se na teoria clássica de placas delgadas, em que foram obtidos os esforços de momento e cortante com o auxílio de planilhas feitas no *Microsoft Excel*® promovendo maior praticidade para análise de diversos casos. Já o procedimento computacional foi realizado utilizando o *software* específico para cálculos estruturais Eberick versão 2020, desenvolvido pela AltoQI Tecnologia em Informática Ltda, fundada em 1989. Assim, o método de análise para o último foi o modelo da analogia de grelha.

Para o estudo, elaborou-se 15 lajes maciças com variação do coeficiente λ e quantidade de engastes de modo a estudar a influência destes na comparação. Com isso, uma vez que o método manual, sem auxílio do *software*, independe dos demais elementos estruturais, foi possível realizar o cálculo a partir das tabelas de Bares (1972), sem anterior definição destes elementos.

Por outro lado, para modelagem no programa Eberick é preciso estabelecer os elementos que suportam a laje. Assim, a modelagem da estrutura no *software* foi feita com o posicionamento dos pilares e vigas com elevada rigidez para edificações residenciais, com o objetivo de aproximar os modelos adotados. Além disso, a configuração adotada para as lajes isoladas foi com todas suas bordas apoiadas em vigas e todos os encontros entre vigas suportados por pilares.

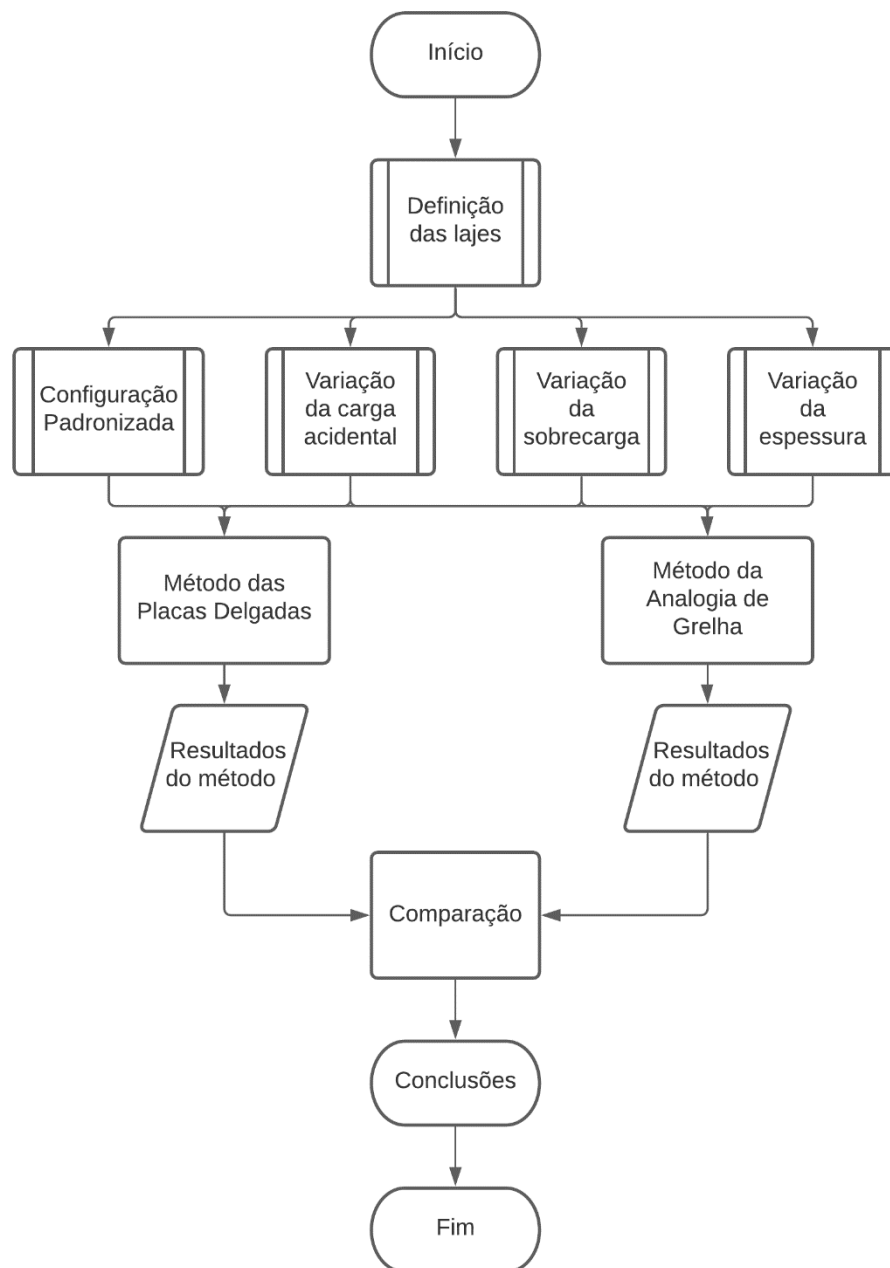
Em virtude disso, os pilares foram modelados com dimensões de 50 cm por 50 cm e as vigas com base de 30 cm e altura a depender do tamanho do vão, sendo considerado o vão dividido por 5. Assim, para os vãos de 3,0 e 4,5 metros, a altura adotada foi de 60 e 90 cm respectivamente, sendo os demais calculados da mesma forma.

Após definição do pórtico, a próxima etapa consiste em admitir os carregamentos a depender do cenário estudado. No total foram considerados 4 arranjos distintos, sendo o primeiro uma configuração padronizada de carregamentos, o segundo variando apenas o carregamento acidental, o terceiro variando apenas a carga permanente e o quarto variando apenas a espessura da laje. Vale ressaltar que as demais cargas não analisadas foram mantidas iguais ao carregamento da configuração padronizada.

A partir de cada cenário foram obtidos os esforços de momento fletor e esforço cortante das lajes, assim, analisando e comparando os métodos quanto seus resultados obtidos a partir da análise estrutural.

A Figura 7 demonstra um fluxograma das etapas adotadas no presente trabalho a partir do seu desenvolvimento.

Figura 7 – Fluxograma das etapas



Fonte: Autoria própria (2020).

Vale ressaltar que o trabalho em questão buscou comparar os métodos das placas delgadas com a analogia de grelha utilizada pelo programa computacional Eberick quanto aos momentos fletores e esforços cortantes, portanto, não fizeram parte do estudo o dimensionamento das armaduras e verificações tanto no ELU quanto do ELS.

4 ESTUDOS DE CASO

Para análise dos dois procedimentos foram utilizadas as mesmas características, quanto aos materiais e classe de agressividade, com os pórticos modelados no *software* Eberick, os quais serão detalhados nos tópicos seguintes.

4.1 MODELAGEM DOS PÓRTICOS

Com o objetivo de analisar os efeitos provocados nas lajes isoladas conforme os dois modelos apresentados, foi preciso adaptar o modelo utilizado no *software* Eberick com algumas considerações feitas na elaboração da teoria clássica de placas delgadas, como por exemplo, aumentar a rigidez dos demais elementos, vigas e pilares, de modo que os deslocamentos deles fossem de magnitude desprezível, se aproximando do modelo indeslocável da teoria.

Na elaboração dos pórticos e suas características foi utilizado o critério de dimensionamento λ que relaciona a maior e a menor dimensão da laje maciça. Os valores atribuídos foram de 1; 1,5; 2; 3 e 4, de modo a analisar os efeitos nas lajes unidirecionais e bidirecionais, dado na Tabela 10.

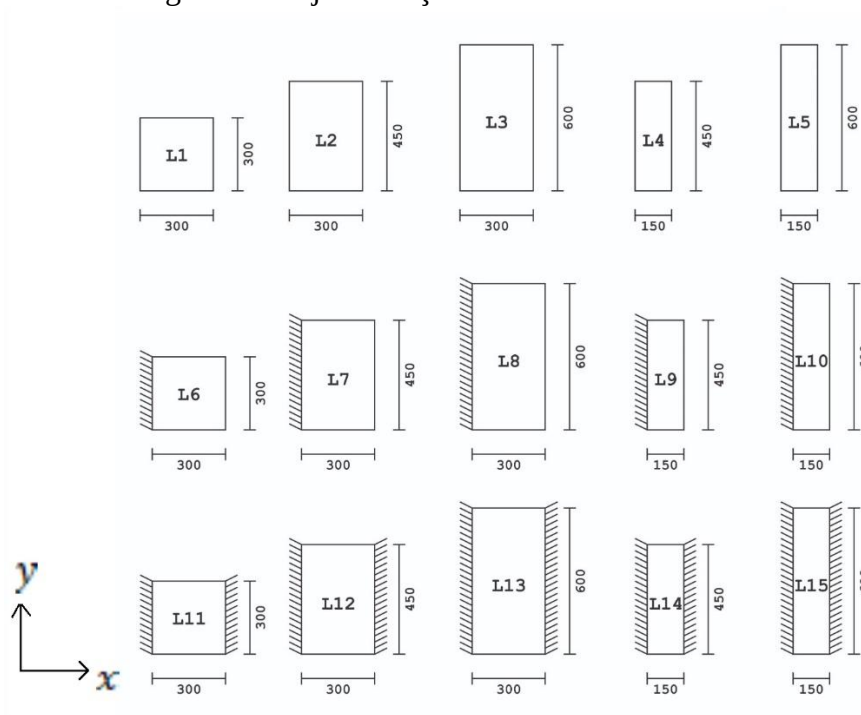
Tabela 10 – Disposição das lajes quanto sua geometria e direção das armaduras

ID	L_y (cm)	L_x (cm)	λ	Direção das armaduras
L1, L6, L11	300	300	1,0	2 direções
L2, L7, L12	450	300	1,5	2 direções
L3, L8, L13	600	300	2,0	2 direções
L4, L9, L14	450	150	3,0	1 direção
L5, L10, L15	600	150	4,0	1 direção

Fonte: Autoria própria (2020).

Além da disposição geométrica, optou-se por analisar o comportamento das lajes com todos os apoios simples, com um único apoio engastado e com dois apoios engastados opostos, de modo a entender a influência dos engastes, ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Lajes maciças consideradas no estudo



Fonte: Autoria própria (2020).

Por fim, com o objetivo de criar cenários distintos, foram alterados os parâmetros das alturas, dos carregamentos acidentais do tipo variável, simulando um cômodo ou área específica, e os carregamentos permanentes adicionais, atribuídos a revestimentos, paredes ou demais cargas com mesma característica permanente. Para realizar a comparação, foram mantidos fixos dois dos parâmetros anteriormente mencionados e alterado o outro. Assim, a configuração padrão da laje foi admitida com espessura de 10 cm, carga variável do tipo acidental 150 kgf/m² e carga permanente adicional de 150 kgf/m².

Portanto, a partir da configuração padrão de carregamentos adotada, foram admitidos três cenários distintos para o estudo das 15 lajes maciças, com o primeiro mantendo todas as configurações padrões da laje maciça, alterando apenas a carga acidental.

O segundo cenário mantém as demais características e altera apenas a carga permanente, finalizando as análises com o terceiro cenário que é alterado apenas a espessura da laje. A Tabela 11 resume os três cenários e a Tabela 12 mostra as variações de cada parâmetro analisado individualmente.

Tabela 11 – Características dos cenários

	Parâmetro variável	Parâmetro fixos
Cenário 1	Carga acidental	Carga permanente e espessura
Cenário 2	Carga permanente	Carga acidental e espessura
Cenário 3	Espessura	Carga acidental e carga permanente

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 12 – Detalhes da consideração de cada cenário

	Carga acidental	Carga permanente	Espessura
Padrão	150 kgf/m ²	150 kgf/m ²	10 cm
Cenário 1	600 kgf/m ²	150 kgf/m ²	10 cm
Cenário 2	150 kgf/m ²	600 kgf/m ²	10 cm
Cenário 3	150 kgf/m ²	150 kgf/m ²	20 cm

Fonte: Autoria própria (2020).

Optou-se por grandes variações para que os efeitos dos esforços solicitantes fossem maiores e melhore a comparação sob influência dos excessos de carregamentos de naturezas distintas.

4.2 CONCEPÇÃO ESTRUTURAL

A concepção do sistema utilizado é definida a partir da laje retangular analisada, unidas em vigas em todos seus lados e sustentadas por pilares nos encontros entre vigas. Assim, foram elaboradas 15 lajes, com 3 tipos de vinculações distintas e 5 tipos de λ analisados, dispostos na Tabela 13.

Tabela 13 – Características geométricas e de vinculação das lajes (Continua)

ID	L _y (cm)	L _x (cm)	λ	Nº de engastes	Direção das armaduras
L1	300	300	1,0	0	2 direções
L2	450	300	1,5	0	2 direções
L3	600	300	2,0	0	2 direções
L4	450	150	3,0	0	1 direção
L5	600	150	4,0	0	1 direção
L6	300	300	1,0	1	2 direções
L7	450	300	1,5	1	2 direções
L8	600	300	2,0	1	2 direções

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 13 – Características geométricas e de vinculação das lajes (Conclusão)

ID	L _y (cm)	L _x (cm)	λ	Nº de engastes	Direção das armaduras
L9	450	150	3,0	1	1 direção
L10	600	150	4,0	1	1 direção
L11	300	300	1,0	2	2 direções
L12	450	300	1,5	2	2 direções
L13	600	300	2,0	2	2 direções
L14	450	150	3,0	2	1 direção
L15	600	150	4,0	2	1 direção

Fonte: Autoria própria (2020).

Vale ressaltar que nos dois modelos foram considerados os mesmos pórticos para todo processo de análise estrutural, para fins comparativos.

4.2.1 Considerações adotadas para elaboração do projeto

Para análise de todo trabalho foram admitidas considerações quanto as características do local e propriedades dos materiais utilizados, como por exemplo o ambiente onde o pórtico está inserido sendo urbano, proporcionando uma agressividade moderada e determinando a classe de agressividade ambiental II.

A partir dessa definição, segundo a Tabela 3, foi adotado o cobrimento nominal dos elementos de laje analisados de 25 mm. Somado a isso, de acordo com a Tabela 2, é possível definir a relação água/cimento máxima e a classe de resistência do concreto mínima, sendo respectivamente 0,6 e C25. A classe adotada para o concreto foi a mínima, admitindo a resistência característica do concreto à compressão de 25 MPa e com módulo de elasticidade secante de 24 GPa, conforme Tabela 4.

Além do concreto, o aço é outro material de importante definição nessa etapa, sendo escolhido o tipo de aço utilizado nas armaduras o CA-50, com resistência ao escoamento de 500 MPa. Na Tabela 14 é apresentado um resumo dos dados até então apresentados.

Tabela 14 – Características do projeto

Classe de Agressividade Ambiental	II
Cobrimento nominal mínimo	25 mm
Relação água/cimento	0,6
Classe do concreto	C25
Resistência característica a compressão do concreto	25 MPa
Módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs})	24 GPa
Tipo do aço	CA-50
Resistência característica de escoamento do aço	500MPa

Fonte: Autoria própria (2020).

4.3 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

Uma vez que o estudo busca comparar o comportamento das lajes maciças quanto aos métodos da teoria clássica de placas delgadas e da análise de grelha utilizada pelo *software* Eberick, foi adotado a mesma espessura para as lajes analisadas entre os modelos.

Atendendo a recomendação da ABNT NBR 6118/2014 referente aos limites mínimos para espessura das lajes maciças, apresentado no item 2.4.2, foi adotado o valor de 10 cm. Este valor foi adotado como padrão, mantendo-se constante durante parte considerável do estudo, sendo alterado apenas quando analisado a influência da altura entre os métodos. Além disso, para efeito de cálculo foi adotado o diâmetro da bitola inicial da armadura equivalente a 10 mm.

4.4 AÇÕES ATUANTES

Uma das cargas contabilizadas foi referente ao peso próprio, sendo calculado admitindo o peso específico do concreto armado como 25 kN/m³, conforme item 5.3 da ABNT NBR 6120/2019. Os carregamentos são discriminados mediante cenário analisado nos tópicos seguintes.

4.4.1 Configuração padronizada

As ações atuantes contabilizadas nesse tópico são devido ao peso próprio da laje maciça, da carga variável do tipo acidental e da carga permanente.

A carga acidental adotada equivale a 150 kgf/m² simulando cômodos de edifícios residenciais como dormitório, sala, copa, cozinha e sanitários. Além disso, a carga permanente também foi de 150 kgf/m², simulando revestimentos do piso e forro. Assim, com o peso

específico do concreto armado adotado e espessura de 10 cm, o peso próprio equivale a 250 kgf/m².

4.4.2 Cenário 1: variação da carga accidental

No primeiro cenário teve como objetivo identificar o comportamento do elemento estrutural mantendo as características da carga permanente e peso próprio da laje constantes, ou seja, respectivamente 150 kgf/m² e 250 kgf/m² (espessura de 10 cm).

Além disso, foi adotado o valor da carga accidental de 600 kgf/m², simulando lajes de bibliotecas com salas contendo estantes de livros com altura de até 2,20 metros, segundo o item 6.2 da ABNT NBR 6120/2019.

4.4.3 Cenário 2: variação da carga permanente

No segundo cenário teve como objetivo identificar o efeito da carga permanente, mantendo as características da carga accidental e o peso próprio da laje constantes, ou seja, respectivamente 150 kgf/m² e 250 kgf/m² (espessura de 10 cm).

Além disso, foi adotado o valor da carga permanente adicional de 600 kgf/m² de modo a simular revestimentos de pisos, forros e presença de paredes que podem variar significativamente segundo disposição e escolha de materiais.

4.4.4 Cenário 3: variação da espessura

No terceiro cenário teve como objetivo comparar os métodos adotados quanto a influência da espessura, mantendo os valores de carga accidental e carga permanente constantes, dados 150 kgf/m² para ambos os parâmetros. Assim, alterou-se a altura de 10 cm para 20 cm.

4.5 ANÁLISE ESTRUTURAL

Esta etapa se inicia com a caracterização das lajes quanto ao coeficiente λ , determinando a forma como a laje maciça será armada. Após, estabelece qual o caso de vinculação dos elementos (Figura 4). Apesar das lajes maciças com coeficiente λ superior a 2 possam ser tratadas como vigas de largura unitária, optou-se por seguir o cálculo segundo as tabelas

desenvolvidas por Bares (1972), uma vez que está sendo estudado o método das placas delgadas.

A partir disso, para todas as lajes, calculam-se os momentos máximos positivos e negativos nas direções consideradas mediante Equações 8, 9, 10 e 11.

4.5.1 Cálculo dos momentos fletores

Os valores obtidos correspondem aos momentos positivo para m_x e m_y , além do momento negativo em x_x . A atuação desses momentos é dada paralelamente aos eixos indicados na Figura 8.

4.5.1.1 Configuração padronizada

Uma vez definidas as ações atuantes a serem consideradas e seus valores correspondentes, 150 kgf/m² de carga acidental, 150 kgf/m² de carga permanente e 250 kgf/m² do peso próprio da laje, calculam-se os momentos fletores positivos e negativos, dados na Tabela 15.

Tabela 15 - Momentos nas lajes com configuração padronizada

ID	λ	Caso	μ_x	μ_y	μ'_x	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L1	1,0	1	4,41	4,41	0,00	2,18	2,18	0,00
L2	1,5	1	7,86	4,25	0,00	3,89	2,10	0,00
L3	2,0	1	10,00	3,64	0,00	4,95	1,80	0,00
L4	3,0	1	12,57	3,77	0,00	1,56	0,47	0,00
L5	4,0	1	12,57	3,77	0,00	1,56	0,47	0,00
L6	1,0	3	3,94	3,07	8,52	1,95	1,52	4,22
L7	1,5	3	5,77	2,12	11,27	2,86	1,05	5,58
L8	2,0	3	6,51	1,48	12,34	3,22	0,73	6,11
L9	3,0	3	7,61	1,48	12,76	0,94	0,18	1,58
L10	4,0	3	7,61	1,48	12,76	0,94	0,18	1,58
L11	1,0	6	3,17	2,15	6,99	1,57	1,06	3,46
L12	1,5	6	3,99	1,38	8,15	1,98	0,68	4,03
L13	2,0	6	4,18	0,97	8,33	2,07	0,48	4,12
L14	3,0	6	4,18	0,97	8,33	0,52	0,12	1,03
L15	4,0	6	4,18	0,97	8,33	0,52	0,12	1,03

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.1.2 Cenário 1: variação da carga acidental

Com as cargas de 150 kgf/m² de carga permanente e 250 kgf/m² de peso próprio da laje, variando a carga acidental para 600 kgf/m², calculam-se os momentos fletores, dados na Tabela 16.

Tabela 16 - Momentos nas lajes com carga acidental de 600 kgf/m²

ID	λ	Caso	μ_x	μ_y	μ'_x	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L1	1,0	1	4,41	4,41	0,00	3,97	3,97	0,00
L2	1,5	1	7,86	4,25	0,00	7,07	3,83	0,00
L3	2,0	1	10,00	3,64	0,00	9,00	3,28	0,00
L4	3,0	1	12,57	3,77	0,00	2,83	0,85	0,00
L5	4,0	1	12,57	3,77	0,00	2,83	0,85	0,00
L6	1,0	3	3,94	3,07	8,52	3,55	2,76	7,67
L7	1,5	3	5,77	2,12	11,27	5,19	1,91	10,14
L8	2,0	3	6,51	1,48	12,34	5,86	1,33	11,11
L9	3,0	3	7,61	1,48	12,76	1,71	0,33	2,87
L10	4,0	3	7,61	1,48	12,76	1,71	0,33	2,87
L11	1,0	6	3,17	2,15	6,99	2,85	1,94	6,29
L12	1,5	6	3,99	1,38	8,15	3,59	1,24	7,34
L13	2,0	6	4,18	0,97	8,33	3,76	0,87	7,50
L14	3,0	6	4,18	0,97	8,33	0,94	0,22	1,87
L15	4,0	6	4,18	0,97	8,33	0,94	0,22	1,87

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.1.3 Cenário 2: variação da carga permanente

Admitindo as cargas acidentais fixas em 150 kgf/m² e o peso próprio da laje em 250 kgf/m², variando a carga permanente adicional para 600 kgf/m², calculam-se os momentos fletores, dados na Tabela 17.

Tabela 17 - Momentos nas lajes com carga de 600 kgf/m² (Continua)

ID	λ	Caso	m_x	m_y	m'_x	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L1	1,0	1	4,41	4,41	0,00	3,97	3,97	0,00
L2	1,5	1	7,86	4,25	0,00	7,07	3,83	0,00
L3	2,0	1	10,00	3,64	0,00	9,00	3,28	0,00

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 17 - Momentos nas lajes com carga de 600 kgf/m² (Conclusão)

ID	λ	Caso	m_x	m_y	m'_x	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L4	3,0	1	12,57	3,77	0,00	2,83	0,85	0,00
L5	4,0	1	12,57	3,77	0,00	2,83	0,85	0,00
L6	1,0	3	3,94	3,07	8,52	3,55	2,76	7,67
L7	1,5	3	5,77	2,12	11,27	5,19	1,91	10,14
L8	2,0	3	6,51	1,48	12,34	5,86	1,33	11,11
L9	3,0	3	7,61	1,48	12,76	1,71	0,33	2,87
L10	4,0	3	7,61	1,48	12,76	1,71	0,33	2,87
L11	1,0	6	3,17	2,15	6,99	2,85	1,94	6,29
L12	1,5	6	3,99	1,38	8,15	3,59	1,24	7,34
L13	2,0	6	4,18	0,97	8,33	3,76	0,87	7,50
L14	3,0	6	4,18	0,97	8,33	0,94	0,22	1,87
L15	4,0	6	4,18	0,97	8,33	0,94	0,22	1,87

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.1.4 Cenário 3: variação da espessura

Admitindo tanto as cargas permanentes quanto as cargas acidentais fixas em 150 kgf/m², variando a espessura para 20 cm, calculam-se os momentos, dados na Tabela 18.

Tabela 18 - Momentos nas lajes com espessura de 20 cm

ID	Λ	Caso	μ_x	μ_y	μ'_x	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L1	1,0	1	4,41	4,41	0,00	3,18	3,18	0,00
L2	1,5	1	7,86	4,25	0,00	5,66	3,06	0,00
L3	2,0	1	10,00	3,64	0,00	7,20	2,62	0,00
L4	3,0	1	12,57	3,77	0,00	2,26	0,68	0,00
L5	4,0	1	12,57	3,77	0,00	2,26	0,68	0,00
L6	1,0	3	3,94	3,07	8,52	2,84	2,21	6,13
L7	1,5	3	5,77	2,12	11,27	4,15	1,53	8,11
L8	2,0	3	6,51	1,48	12,34	4,69	1,07	8,88
L9	3,0	3	7,61	1,48	12,76	1,37	0,27	2,30
L10	4,0	3	7,61	1,48	12,76	1,37	0,27	2,30
L11	1,0	6	3,17	2,15	6,99	2,28	1,55	5,03
L12	1,5	6	3,99	1,38	8,15	2,87	0,99	5,87
L13	2,0	6	4,18	0,97	8,33	3,01	0,70	6,00
L14	3,0	6	4,18	0,97	8,33	0,75	0,17	1,50
L15	4,0	6	4,18	0,97	8,33	0,75	0,17	1,50

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.2 Cálculo dos esforços de cisalhamento

Os esforços cortantes característicos foram calculados a partir das equações 13, 14, 15 e 16 para todas as configurações de carregamentos, semelhante ao item anterior. Além disso, a atuação de cada esforço é dada de modo perpendicular ao eixo indicado na Figura 8, ou seja, para q_x e q_x' atuando na direção y da Figura 8, ou seja, no maior lado. Com isso, o valor de q_y atua na direção x da Figura 8, ou seja, no menor vão.

4.5.2.1 Configuração padronizada

Na Tabela 19 estão mostrando os esforços solicitantes característicos das quinze lajes analisadas considerando os carregamentos padronizados.

Tabela 19 – Esforços cortantes nas lajes com carregamento padronizado

ID	λ	Caso	k_x	k_y	k_x'	q_x (kN/m)	q_y (kN/m)	q_x' (kN/m)
L1	1,0	1	2,50	2,50	0,00	4,13	4,13	0,00
L2	1,5	1	3,33	2,50	0,00	5,49	4,13	0,00
L3	2,0	1	3,75	2,50	0,00	6,19	4,13	0,00
L4	3,0	1	5,00	2,50	0,00	4,13	2,06	0,00
L5	4,0	1	5,00	2,50	0,00	4,13	2,06	0,00
L6	1,0	3	2,32	1,83	4,02	3,83	3,02	6,63
L7	1,5	3	2,77	1,83	4,79	4,57	3,02	7,90
L8	2,0	3	2,99	1,83	5,18	4,93	3,02	8,55
L9	3,0	3	3,66	1,83	6,25	3,02	1,51	5,16
L10	4,0	3	3,66	1,83	6,25	3,02	1,51	5,16
L11	1,0	6	0,00	1,44	3,56	0,00	2,38	5,87
L12	1,5	6	0,00	1,44	4,04	0,00	2,38	6,67
L13	2,0	6	0,00	1,44	4,28	0,00	2,38	7,06
L14	3,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	1,19	4,13
L15	4,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	1,19	4,13

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.2.2 Cenário 1: variação da carga acidental

Na Tabela 20 estão mostrando os esforços cortantes característicos das quinze lajes considerando a alteração apenas do carregamento variável do tipo acidental.

Tabela 20 – Esforços cortantes nas lajes com carga acidental de 600 kgf/m²

ID	λ	Caso	k_x	k_y	k_x'	q_x (kN/m)	q_y (kN/m)	q_x' (kN/m)
L1	1,0	1	2,50	2,50	0,00	7,50	7,50	0,00
L2	1,5	1	3,33	2,50	0,00	9,99	7,50	0,00
L3	2,0	1	3,75	2,50	0,00	11,25	7,50	0,00
L4	3,0	1	5,00	2,50	0,00	7,50	3,75	0,00
L5	4,0	1	5,00	2,50	0,00	7,50	3,75	0,00
L6	1,0	3	2,32	1,83	4,02	6,96	5,49	12,06
L7	1,5	3	2,77	1,83	4,79	8,31	5,49	14,37
L8	2,0	3	2,99	1,83	5,18	8,97	5,49	15,54
L9	3,0	3	3,66	1,83	6,25	5,49	2,75	9,38
L10	4,0	3	3,66	1,83	6,25	5,49	2,75	9,38
L11	1,0	6	0,00	1,44	3,56	0,00	4,32	10,68
L12	1,5	6	0,00	1,44	4,04	0,00	4,32	12,12
L13	2,0	6	0,00	1,44	4,28	0,00	4,32	12,84
L14	3,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	2,16	7,50
L15	4,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	2,16	7,50

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.2.3 Cenário 2: variação da carga permanente

De forma análoga ao item anterior, calculam-se os esforços solicitantes característicos das lajes considerando a variação da carga permanente, expostos na Tabela 21.

Tabela 21 – Esforços cortantes nas lajes com carga de 600 kgf/m² (Continua)

ID	λ	Caso	k_x	k_y	k_x'	q_x (kN/m)	q_y (kN/m)	q_x' (kN/m)
L1	1,0	1	2,50	2,50	0,00	7,50	7,50	0,00
L2	1,5	1	3,33	2,50	0,00	9,99	7,50	0,00
L3	2,0	1	3,75	2,50	0,00	11,25	7,50	0,00
L4	3,0	1	5,00	2,50	0,00	7,50	3,75	0,00
L5	4,0	1	5,00	2,50	0,00	7,50	3,75	0,00
L6	1,0	3	2,32	1,83	4,02	6,96	5,49	12,06
L7	1,5	3	2,77	1,83	4,79	8,31	5,49	14,37
L8	2,0	3	2,99	1,83	5,18	8,97	5,49	15,54
L9	3,0	3	3,66	1,83	6,25	5,49	2,75	9,38
L10	4,0	3	3,66	1,83	6,25	5,49	2,75	9,38
L11	1,0	6	0,00	1,44	3,56	0,00	4,32	10,68

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 21 – Esforços cortantes nas lajes com carga de 600 kgf/m² (Conclusão)

ID	λ	Caso	k_x	k_y	k_x'	q_x (kN/m)	q_y (kN/m)	q_x' (kN/m)
L12	1,5	6	0,00	1,44	4,04	0,00	4,32	12,12
L13	2,0	6	0,00	1,44	4,28	0,00	4,32	12,84
L14	3,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	2,16	7,50
L15	4,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	2,16	7,50

Fonte: Autoria própria (2020).

4.5.2.4 Cenário 3: variação da espessura

Na Tabela 22 são mostrados os esforços cortantes característicos obtidos no cálculo das lajes considerando a variação da espessura para 20 cm e acréscimo de carga devido ao peso próprio de 250 kgf/m².

Tabela 22 – Esforços cortantes nas lajes com espessura de 20 cm

ID	λ	Caso	k_x	k_y	k_x'	q_x (kN/m)	q_y (kN/m)	q_x' (kN/m)
L1	1,0	1	2,50	2,50	0,00	6,00	6,00	0,00
L2	1,5	1	3,33	2,50	0,00	7,99	6,00	0,00
L3	2,0	1	3,75	2,50	0,00	9,00	6,00	0,00
L4	3,0	1	5,00	2,50	0,00	6,00	3,00	0,00
L5	4,0	1	5,00	2,50	0,00	6,00	3,00	0,00
L6	1,0	3	2,32	1,83	4,02	5,57	4,39	9,65
L7	1,5	3	2,77	1,83	4,79	6,65	4,39	11,50
L8	2,0	3	2,99	1,83	5,18	7,18	4,39	12,43
L9	3,0	3	3,66	1,83	6,25	4,39	2,20	7,50
L10	4,0	3	3,66	1,83	6,25	4,39	2,20	7,50
L11	1,0	6	0,00	1,44	3,56	0,00	3,46	8,54
L12	1,5	6	0,00	1,44	4,04	0,00	3,46	9,70
L13	2,0	6	0,00	1,44	4,28	0,00	3,46	10,27
L14	3,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	1,73	6,00
L15	4,0	6	0,00	1,44	5,00	0,00	1,73	6,00

Fonte: Autoria própria (2020).

Como o intuito do presente estudo é comparar os métodos apresentados quanto suas características na análise estrutural, não foi verificado quanto ao cisalhamento dos elementos.

4.6 IMPLEMENTAÇÃO NO EBERICK

Na implementação do *software*, primeiro foi preciso definir a configuração dos parâmetros adotados por ele, a fim de proporcionar considerações semelhantes as feitas pelo cálculo do outro método. As Figuras 9, 10 e 11 mostram algumas das janelas configuradas.

Vale ressaltar que a configuração foi feita antes da modelagem dos pórticos, uma vez que o programa define previamente alguns parâmetros que podem ser alterados. Apesar disso, o presente trabalho buscou alterar somente a configuração da grelha, mais especificamente.

Figura 9 – Configuração Análise do Eberick

Análise

Geral

Redução no engaste para nós semirrígidos: 15 %

Redução na torção para os pilares: 0 %

Redução na torção para as vigas: 85 %

Aumento na rigidez axial dos pilares: 1 ...

☐ Salvar automaticamente o projeto após o processamento

Ligação viga-pilar

☐ Flexibilizar ligação com pilar equivalente

Aplicar para relação h/b maior que: 5 ...

Não linearidade física

Rigidez das vigas: 1 Ec.Ic

Rigidez dos pilares: 1 Ec.Ic

Rigidez das lajes: 1 Ec.Ic

Rigidez das estacas: 1 Ec.Ic

Não linearidade geométrica

☒ Utilizar o processo P-Delta

Número máximo de iterações: 10

Precisão mínima: 1 %

Combinação vertical de cálculo: 1.4G1+1.4G2+1.4Q+1.1A ...

Imperfeições globais

Tipo de estrutura: Estruturas usuais

Combinação vertical característica: G1+G2+Q+A ...

Processo

☒ Grelhas + pórtico espacial

☐ Modelo integrado

Painéis de lajes... Modelo da fundação...

Modelo ELS... Avançado...

Análise dinâmica...

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

Figura 10 – Configuração Painéis de Lajes do Eberick

Painéis de lajes

Espaçamento das faixas Lajes maciças: 20 cm Número mínimo de faixas em uma direção: 4 Capitéis: 15 cm Regiões maciças: 15 cm Vigas de fundação: 20 cm Paredes: 50 cm	Grelha não linear Continuidades Redistribuição máxima: 15 % Aplicar para taxas de armadura maiores que: 0.3 % Demais Casos Redistribuição máxima: 25 % Aplicar para taxas de armadura maiores que: 0.5 % Nº máximo de iterações: 10
Aberturas Dispensar de tratar como aberturas os furos que atendam simultaneamente Dimensão máxima: 20 cm Distância entre furos maior que ☐ L/2 ☒ 40 cm ☐ Distância do apoio maior que L/4	Paredes Concentrar armadura no topo / base para tração superior a: 10 tf Região de interesse: 15 % h Coefficiente de empuxo: 0.5
Modelo para dimensionamento ☒ Simplificado ☐ Completo	Escadas Modelo para análise ☒ Pavimentos independentes ☐ Projeto inteiro ☒ Desconsiderar o pilar para distância menor que: 20 cm
Pilar Distância mínima para considerar pilar dentro da laje: 20 cm	

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

Figura 11 – Configuração Dimensionamento do Eberick

Dimensionamento [Lajes]

Pilares Vigas Lajes Sapatas Blocos Muros

Armadura positiva Comprimento mínimo do trecho: 100 cm Espaçamento máximo Principal: 20 cm Secundária: 25 cm	Armadura das continuidades Diâmetro mínimo: 6.3 Espaçamento máximo: 20 cm
Ancoragem Momento positivo mínimo a ser considerado na ancoragem: 100 Kgf.m Tração mínima a ser considerada na ancoragem: 100 Kgf/m ☒ Permitir ancoragem na laje adjacente	Cisalhamento ☒ Dispensar verificação ao cisalhamento Espaçamento múltiplo: 1.0 cm Espaçamento mínimo: 5 cm Espaçamento máximo ☒ Definido por norma ☐ Adotar: 50 % d
Aberturas ☒ Dispensar armadura de reforço em aberturas circulares ☒ Permitir abertura interceptando nervura em laje pré-fabricada	Limites... Coeficientes... Nervuras... Regiões... Punção... Radier...

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

A modelagem da estrutura no *software* foi feita conforme descrito no tópico 3 do presente trabalho, com pilares de dimensões 50 cm por 50 cm ligados por vigas superiores de base 30 cm e altura a depender do vão, sendo esta dada pelo vão dividido por 5. Já as lajes foram lançadas adaptando as cargas e altura para cada cenário. A configuração da grelha (Figura 20) foi realizada a partir do botão “Grelha...” na Figura 12 e será descrito posteriormente.

Figura 12 - Lançamento das lajes maciças no Eberick

Laje

Nome Tipo

Ambiente

Cargas

Grupo

Acidental kgf/m² Revestimento kgf/m²

Extra kgf/m²

Temperatura e retração °C

Vigota protendida

Tipo ...

Arranjo Altura

Enchimento

Tipo

Dimensão ...

Seção

Espessura cm Elevação cm

ec cm

ee cm

enx cm

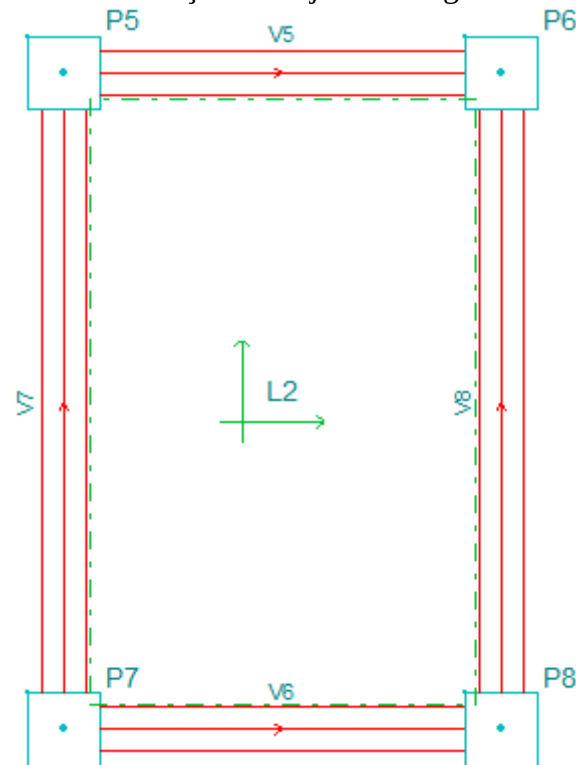
eny cm

espessura

Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

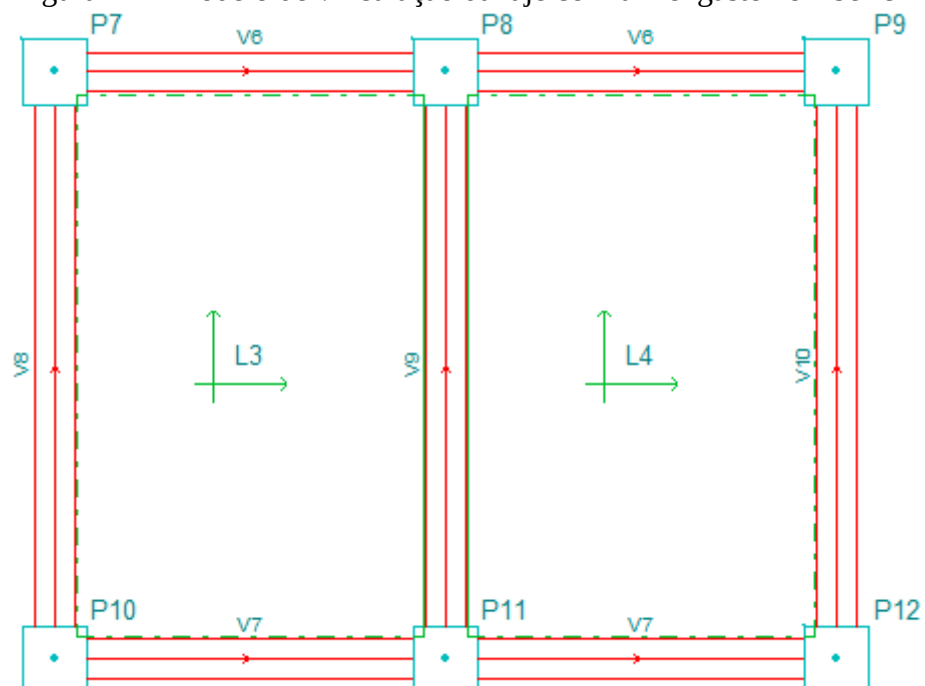
Para garantir o estudo das vinculações, optou-se por espelhar a laje analisada na região considerada engastada, ou seja, com lajes, vigas e pilares semelhantes e de mesmas dimensões. As Figuras 13, 14 e 15 mostram a consideração da vinculação das lajes pelo programa computacional Eberick versão 2020.

Figura 13 – Vinculação das lajes sem engastes no Eberick



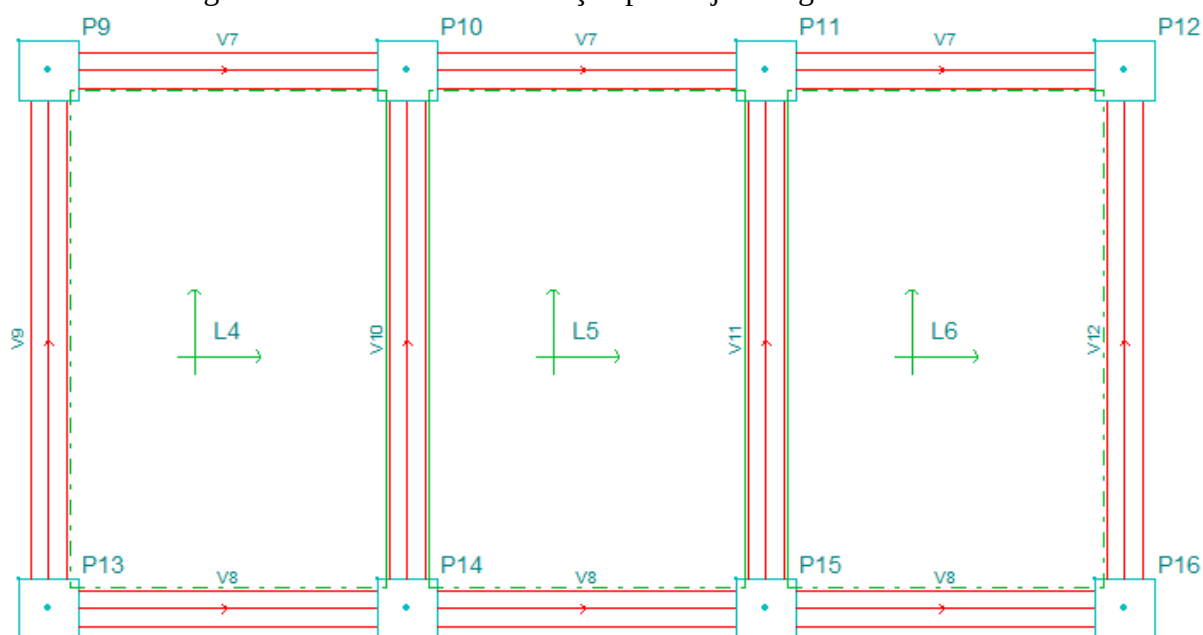
Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

Figura 14 – Modelo de vinculação da laje com um engaste no Eberick



Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

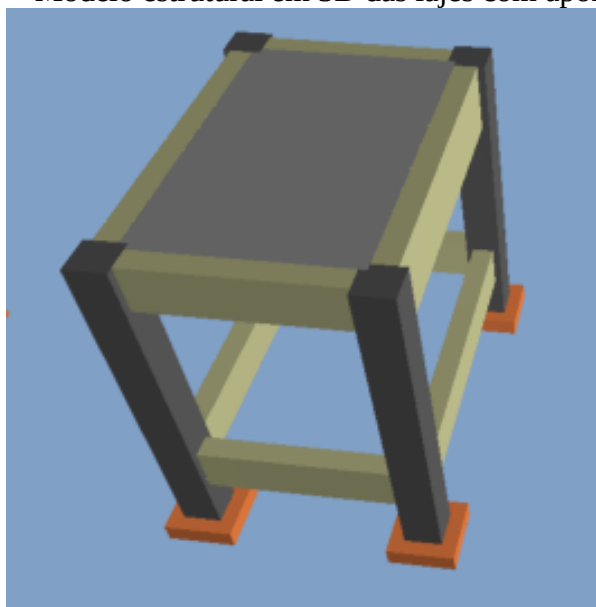
Figura 15 – Modelo de vinculação para laje biengastada no Eberick



Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

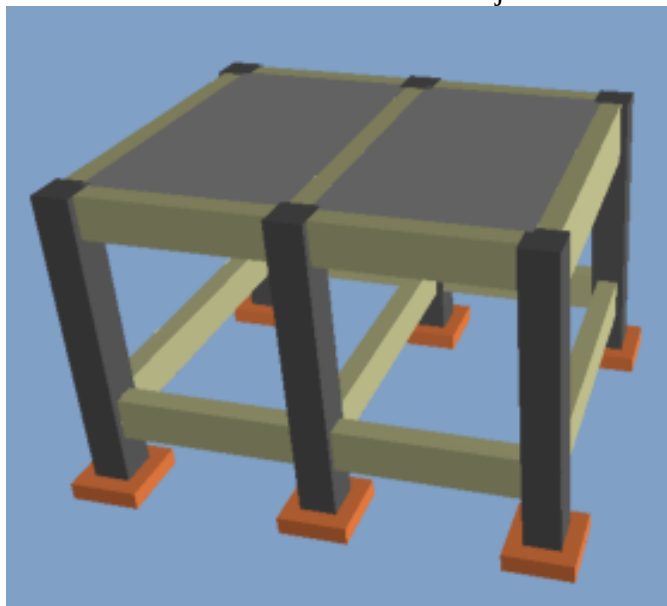
Para melhor visualização dos pórticos e suas vinculações, as Figuras 16, 17 e 18 ilustram o modelo em três dimensões de cada modelo de pórtico adotado.

Figura 16 – Modelo estrutural em 3D das lajes com apoios simples



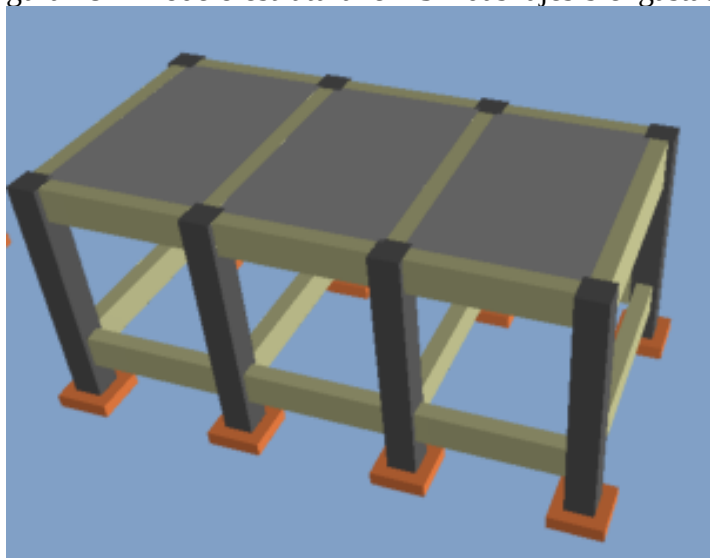
Fonte: Print screen da aplicação no Eberick (2020).

Figura 17 – Modelo estrutural em 3D das lajes com um engaste



Fonte: *Print screen* da aplicação no Eberick (2020).

Figura 18 – Modelo estrutural em 3D das lajes biengastadas



Fonte: *Print screen* da aplicação no Eberick (2020).

Após a configuração, modelagem e determinação dos carregamentos no *software* estrutural, foi processada a estrutura e analisadas apenas as lajes, dados os resultados do elemento na interface do programa. Esses valores da interface provêm da analogia de grelha no trecho mais solicitado da malha com a combinação para o ELU. Com isso, foi utilizado para comparação os valores obtidos a partir da interface na Figura 19.

A configuração das Figuras 9, 10, 11, 12 e 20 foram mantidas durante todo o trabalho. Além disso, optou-se por desconsiderar o efeito do vento, zerando sua velocidade. Não somente, o vento, mas também, cargas provenientes dos efeitos de temperatura, retração e desaprumo foram zeradas.

Então, apesar da combinação conter esses efeitos, seu valor é nulo, sendo retirado do cálculo de cada pórtico e obtido os esforços exclusivamente provenientes dos carregamentos.

Ao considerar o pórtico com maior rigidez nas vigas e pilares, resultou em uma flecha máxima dentre todas as vigas de 0,11 cm quando considerado a aceitabilidade sensorial visual, combinação que gerou o maior resultado. Além de todos os deslocamentos serem em milímetros, a razão flecha/vão não foi superior a 0,02%, proporcionando condições próximas entre os métodos.

Apesar de ter utilizado vigas com rigidez elevada, sabe-se que a comparação poderia ser mais fiel com a indeformabilidade dos bordos da teoria clássica de placas delgadas utilizando alvenarias estruturais ou paredes de concreto, uma vez que os contornos são ainda mais rígidos e possuem flechas menores.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste item serão apresentados os resultados obtidos para ambos os modelos de cálculos utilizados e a comparação entre esses.

Nas Tabelas 23, 24, 25 e 26 estão mostrando a relação entre os momentos positivos nas direções x e y. Nas Tabelas 27, 28, 29 e 30 estão mostrando a relação entre os momentos negativos na direção x, já que em y não possui. Nas Tabelas 31, 32, 33 e 34 estão mostrando a relação entre os esforços cortantes nos apoios em ambas as direções. Nas Tabelas 35, 36, 37 e 38 estão mostrando a relação entre os esforços cortantes nos engastes em ambas as direções.

Tabela 23 - Comparação momentos positivos na configuração padronizada

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	2,18	2,34	93%	2,18	2,34	93%
L2	1,5	3,89	4,33	90%	2,10	1,76	119%
L3	2,0	4,95	5,37	92%	1,80	1,50	120%
L4	3,0	1,56	1,48	105%	0,47	0,33	142%
L5	4,0	1,56	1,49	105%	0,47	0,32	147%
L6	1,0	1,95	2,05	95%	1,52	1,53	99%
L7	1,5	2,86	3,05	94%	1,05	1,09	96%
L8	2,0	3,22	3,39	95%	0,73	1,02	72%
L9	3,0	0,94	0,88	107%	0,18	0,24	75%
L10	4,0	0,94	0,91	103%	0,18	0,23	78%
L11	1,0	1,57	1,55	101%	1,06	0,95	112%
L12	1,5	1,98	1,91	104%	0,68	0,76	89%
L13	2,0	2,07	1,92	108%	0,48	0,74	65%
L14	3,0	0,52	0,46	113%	0,12	0,19	63%
L15	4,0	0,52	0,45	116%	0,12	0,19	63%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 24 - Comparação momentos positivos para a carga acidental de 600 kgf/m² (Continua)

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	3,97	4,31	92%	3,97	4,31	92%
L2	1,5	7,07	8,00	88%	3,83	3,23	119%
L3	2,0	9,00	9,92	91%	3,28	2,75	119%
L4	3,0	2,83	2,74	103%	0,85	0,62	137%
L5	4,0	2,83	2,75	103%	0,85	0,60	142%
L6	1,0	3,55	3,78	94%	2,76	2,81	98%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 24 - Comparação momentos positivos para a carga acidental de 600 kgf/m²
(Conclusão)

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L7	1,5	5,19	5,64	92%	1,91	2,00	96%
L8	2,0	5,86	6,26	94%	1,33	1,87	71%
L9	3,0	1,71	1,63	105%	0,33	0,45	73%
L10	4,0	1,71	1,68	102%	0,33	0,43	77%
L11	1,0	2,85	2,88	99%	1,94	1,73	112%
L12	1,5	3,59	3,54	101%	1,24	1,38	90%
L13	2,0	3,76	3,55	106%	0,87	1,37	64%
L14	3,0	0,94	0,82	115%	0,22	0,34	65%
L15	4,0	0,94	0,83	113%	0,22	0,34	65%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 25 - Comparação momentos positivos para a carga de 600 kgf/m²

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	3,97	4,31	92%	3,97	4,31	92%
L2	1,5	7,07	8,00	88%	3,83	3,23	119%
L3	2,0	9,00	9,92	91%	3,28	2,75	119%
L4	3,0	2,83	2,74	103%	0,85	0,62	137%
L5	4,0	2,83	2,75	103%	0,85	0,60	142%
L6	1,0	3,55	3,78	94%	2,76	2,81	98%
L7	1,5	5,19	5,64	92%	1,91	2,00	96%
L8	2,0	5,86	6,26	94%	1,33	1,87	71%
L9	3,0	1,71	1,63	105%	0,33	0,45	73%
L10	4,0	1,71	1,68	102%	0,33	0,43	77%
L11	1,0	2,85	2,88	99%	1,94	1,73	112%
L12	1,5	3,59	3,54	101%	1,24	1,38	90%
L13	2,0	3,76	3,55	106%	0,87	1,37	64%
L14	3,0	0,94	0,82	115%	0,22	0,34	65%
L15	4,0	0,94	0,83	113%	0,22	0,34	65%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 26 - Comparação momentos positivos para a espessura de 20 cm (Continua)

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	3,18	3,50	91%	3,18	3,50	91%
L2	1,5	5,66	6,13	92%	3,06	2,99	102%
L3	2,0	7,20	7,57	95%	2,62	2,43	108%
L4	3,0	2,26	2,02	112%	0,68	0,79	86%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 26 - Comparação momentos positivos para a espessura de 20 cm (Conclusão)

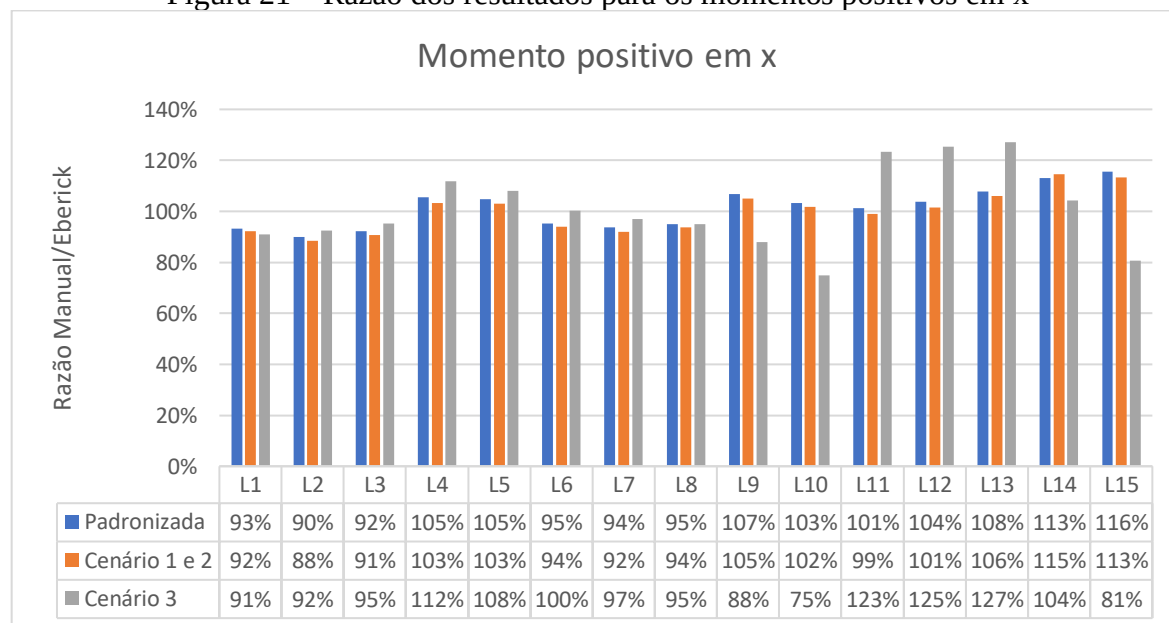
ID	λ	Momentos em x (kNm/m)			Momentos em y (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L5	4,0	2,26	2,09	108%	0,68	0,75	91%
L6	1,0	2,84	2,83	100%	2,21	2,73	81%
L7	1,5	4,15	4,28	97%	1,53	2,29	67%
L8	2,0	4,69	4,94	95%	1,07	1,89	57%
L9	3,0	1,37	1,56	88%	0,27	1,13	24%
L10	4,0	1,37	1,83	75%	0,27	1,06	25%
L11	1,0	2,28	1,85	123%	1,55	2,20	70%
L12	1,5	2,87	2,29	125%	0,99	1,89	52%
L13	2,0	3,01	2,37	127%	0,70	1,71	41%
L14	3,0	0,75	0,72	104%	0,17	1,13	15%
L15	4,0	0,75	0,93	81%	0,17	1,09	16%

Fonte: Autoria própria (2020).

Inicialmente, vale ressaltar que os valores obtidos para os momentos nos cenários 1 (variação da carga acidental) e 2 (variação da carga permanente) são iguais, uma vez que a combinação utilizada é para o estado limite último e possui apenas um carregamento acidental.

A figura 21 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 23, 24, 25 e 26 quanto a relação cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em x, menor vão, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 21 – Razão dos resultados para os momentos positivos em x



Fonte: Autoria Própria (2020).

Comparando todos os momentos positivos na direção x, os resultados são semelhantes entre os métodos adotados para a maioria dos cenários. Na configuração de carregamento padronizado notou-se uma diferença máxima de 16% situada na laje 15. Já no cenário 1 e 2 essa diferença cai para 15% na laje 14 e, contemplando o cenário 3, nota-se uma diferença superior as anteriores, com o valor de 27% na laje 13.

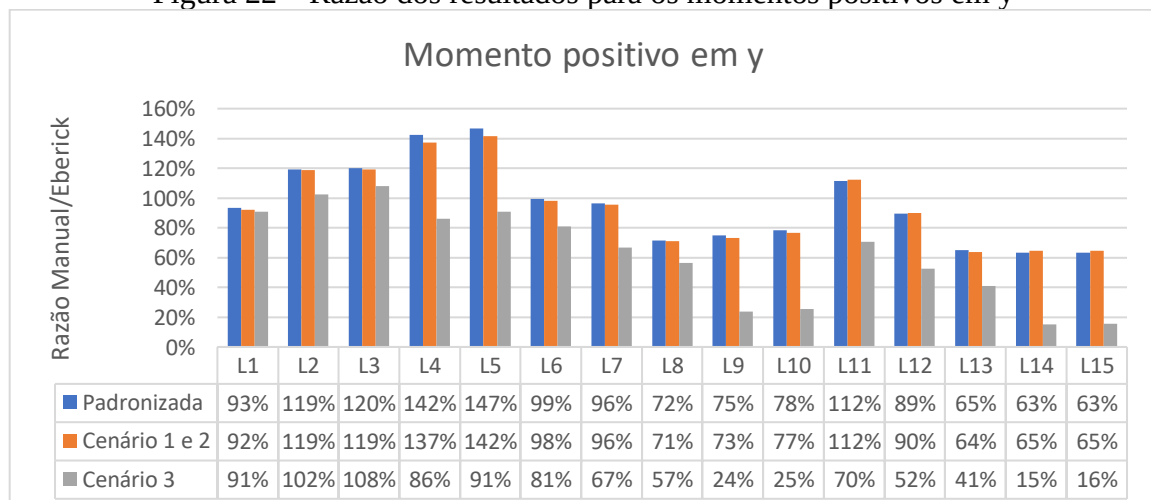
Essa maior diferença das lajes 13, 14 e 15 ocorre por conta do efeito das vinculações juntamente com a transição das lajes bidirecionais para unidirecionais, no qual altera seu comportamento quanto ao efeito dos momentos positivos. Enquanto o Eberick mostra resultados de momentos atuantes na laje considerando a rigidez dos seus apoios, o cálculo manual não considera e isso implica em uma maior diferença nas lajes biengastadas.

Outro ponto importante foi o comportamento das lajes isoladas quando alterados os valores dos carregamentos e alturas. Ao analisar o efeito da variação dos carregamentos, notou-se que os valores obtidos a partir da teoria de placas delgadas alteraram com proporção semelhante ao do programa, produzindo diferença máxima percentual entre todas as lajes nos cenários 1 e 2 com a configuração padronizada de 3%, utilizando as razões como parâmetro. Entretanto, quando comparado com a mudança da espessura, a diferença máxima foi para 35%.

Essa maior diferença no cenário 3 ocorre devido a teoria de placas delgadas representar melhor as lajes de pequenas espessuras comparadas ao menor vão. Assim, as considerações particulares de cada método começam a impactar nos resultados gerando maior discrepância.

Já a figura 22 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 23, 24, 25 e 26 quanto a relação do cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em y, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 22 – Razão dos resultados para os momentos positivos em y



Fonte: Autoria Própria (2020).

Ao comparar os momentos positivos na direção y, os valores mostram maior divergência em relação aos obtidos para o eixo x. Na configuração de carregamento padronizado notou-se uma diferença máxima de 37% nas lajes 14 e 15. Para os dois primeiros cenários essa diferença praticamente se mantém em 36% na laje 13 e, referente ao último cenário, calcula-se uma diferença máxima de 85% na laje 14. Com todas as porcentagens inferiores a 100%, ou seja, valores menores na teoria de placas delgadas.

Essa maior divergência nas lajes 13, 14 e 15, ocorre devido uma dimensão da laje ser relativamente maior que a outra, notando que os demais elementos armados em uma direção também apresentaram maior diferença de resultados. Por isso, além da rigidez dos apoios, o efeito da deslocabilidade destes mostrou-se importante uma vez que essa deformação tende a aumentar os momentos positivos. Esse efeito ocorre no Eberick, resultando em momentos maiores e diminuindo a razão, pois a teoria em questão considera os apoios indelocáveis.

Apesar do efeito do carregamento não gerar impacto significativo na razão entre os momentos dos dois métodos nas duas direções, nota-se maior divergência entre eles, principalmente nas lajes que são consideradas unidirecionais ou estão no limite da transição. Isso é devido a grelha proporcionar uma melhor distribuição dos momentos fletores, enquanto no outro método o comportamento das lajes unidirecionais na análise estrutural se aproxima de uma viga, reduzindo o momento na direção do maior vão.

Tabela 27 - Comparação dos momentos negativos na configuração padronizada

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	4,22	4,37	97%
L7	1,5	5,58	5,95	94%
L8	2,0	6,11	5,94	103%
L9	3,0	1,58	1,38	114%
L10	4,0	1,58	1,37	115%
L11	1,0	3,46	4,26	81%
L12	1,5	4,03	5,45	74%
L13	2,0	4,12	5,70	72%
L14	3,0	1,03	1,33	77%
L15	4,0	1,03	1,32	78%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 28 – Comparação dos momentos negativos para a carga acidental de 600 kgf/m²

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	7,67	8,08	95%
L7	1,5	10,14	10,44	97%
L8	2,0	11,11	10,98	101%
L9	3,0	2,87	2,56	112%
L10	4,0	2,87	2,53	113%
L11	1,0	6,29	7,89	80%
L12	1,5	7,34	10,09	73%
L13	2,0	7,50	10,52	71%
L14	3,0	1,87	2,46	76%
L15	4,0	1,87	2,44	77%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 29 – Comparação dos momentos negativos para a carga de 600 kgf/m²

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	7,67	8,08	95%
L7	1,5	10,14	10,44	97%
L8	2,0	11,11	10,98	101%
L9	3,0	2,87	2,56	112%
L10	4,0	2,87	2,53	113%
L11	1,0	6,29	7,89	80%
L12	1,5	7,34	10,09	73%
L13	2,0	7,50	10,52	71%
L14	3,0	1,87	2,46	76%
L15	4,0	1,87	2,44	77%

Fonte: Autoria própria (2020).

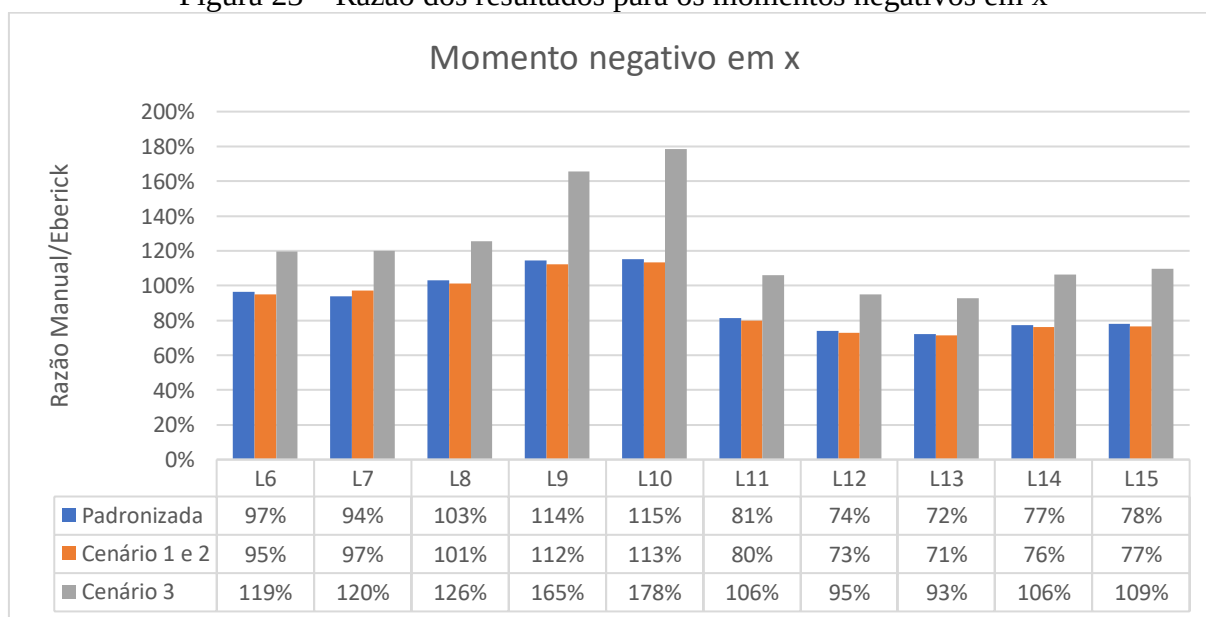
Tabela 30 – Comparação dos momentos negativos para a espessura de 20 cm

ID	λ	Momentos em x (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	6,13	5,13	119%
L7	1,5	8,11	6,77	120%
L8	2,0	8,88	7,07	126%
L9	3,0	2,30	1,39	165%
L10	4,0	2,30	1,29	178%
L11	1,0	5,03	4,74	106%
L12	1,5	5,87	6,18	95%
L13	2,0	6,00	6,47	93%
L14	3,0	1,50	1,41	106%
L15	4,0	1,50	1,37	109%

Fonte: Autoria própria (2020).

A figura 23 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 27, 28, 29 e 30 quanto a relação do cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em x, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 23 – Razão dos resultados para os momentos negativos em x



Fonte: Autoria Própria (2020).

Dado modelo adotado, os momentos negativos são considerados apenas na direção x. Assim, comparando todos os momentos negativos nessa direção, é possível notar uma diferença máxima de 28% na laje 13, quando estudado a configuração padrão. Para os cenários 1 e 2, essa diferença sobe para 29% também na laje 13 e, para o último cenário, o valor é de 78% na laje 10. Ressaltando que os dois primeiros valores a diferença tiveram como maior valor o obtido pelo *software*, já no último cenário o maior valor foi o obtido manualmente.

O resultado de maior diferença nas lajes 10 e 13 são notados analisando o comportamento das lajes com um único engaste e biengastadas. Para as lajes com um engaste, os valores dos momentos negativos foram mais próximos do outro método, fugindo apenas para as lajes com espessura maiores, no qual a teoria estudada não representa com valores confiáveis, já que é adotado espessuras pequenas para uso dele. Além disso, para as lajes biengastadas o efeito dos deslocamentos dos apoios se mostra com maior impacto, uma vez que o aumento dos deslocamentos nos apoios provoca um aumento do momento fletor negativo nos pontos rígidos, diminuindo a razão para patamares menores.

Com relação a influência do carregamento, nota-se que houve uma alteração na relação cálculo manual e *software* inferior a 3,10%, apresentando resultados próximos nos dois métodos. Porém, quando estudado a influência do aumento da espessura as diferenças percentuais ficaram entre 18,10% e 35,32%, mostrando maior discrepância.

Essa maior diferença no cenário 3 e para os momentos negativos como um todo é dado por conta da consideração de pequenas espessuras na teoria de placas delgadas e da consideração da rigidez a torção das grelhas pelo programa, no qual a primeira não considera, adotando uma estrutura perfeita sem deslocamentos ou deformações.

Tabela 31 - Comparação da configuração padronizada dos cortantes nos apoios (Continua)

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	4,13	4,33	95%	4,13	4,33	95%
L2	1,5	5,49	5,53	99%	4,13	4,29	96%
L3	2,0	6,19	6,25	99%	4,13	4,20	98%
L4	3,0	4,13	3,44	120%	2,06	2,65	78%
L5	4,0	4,13	3,59	115%	2,06	2,74	75%
L6	1,0	3,83	4,09	94%	3,02	3,06	99%
L7	1,5	4,57	4,76	96%	3,02	2,90	104%
L8	2,0	4,93	5,14	96%	3,02	2,88	105%
L9	3,0	3,02	2,78	109%	1,51	1,82	83%
L10	4,0	3,02	2,89	104%	1,51	1,87	81%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 31 - Comparação da configuração padronizada dos cortantes nos apoios (Conclusão)

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L11	1,0	-	-	-	2,38	2,20	108%
L12	1,5	-	-	-	2,38	2,04	117%
L13	2,0	-	-	-	2,38	2,06	116%
L14	3,0	-	-	-	1,19	1,28	93%
L15	4,0	-	-	-	1,19	1,30	92%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 32 - Comparação dos cortantes nos apoios para a carga acidental de 600 kgf/m²

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	7,50	7,87	95%	7,50	7,87	95%
L2	1,5	9,99	10,05	99%	7,50	7,79	96%
L3	2,0	11,25	11,36	99%	7,50	7,63	98%
L4	3,0	7,50	6,27	120%	3,75	4,73	79%
L5	4,0	7,50	6,55	115%	3,75	4,83	78%
L6	1,0	6,96	7,44	94%	5,49	5,57	99%
L7	1,5	8,31	8,65	96%	5,49	5,27	104%
L8	2,0	8,97	9,35	96%	5,49	5,23	105%
L9	3,0	5,49	5,07	108%	2,75	3,27	84%
L10	4,0	5,49	5,27	104%	2,75	3,33	83%
L11	1,0	-	-	-	4,32	4,01	108%
L12	1,5	-	-	-	4,32	3,71	116%
L13	2,0	-	-	-	4,32	3,74	116%
L14	3,0	-	-	-	2,16	2,33	93%
L15	4,0	-	-	-	2,16	2,35	92%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 33 - Comparação dos cortantes nos apoios para a carga de 600 kgf/m² (Continua)

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	7,50	7,87	95%	7,50	7,87	95%
L2	1,5	9,99	10,05	99%	7,50	7,79	96%
L3	2,0	11,25	11,36	99%	7,50	7,63	98%
L4	3,0	7,50	6,27	120%	3,75	4,73	79%
L5	4,0	7,50	6,55	115%	3,75	4,83	78%
L6	1,0	6,96	7,44	94%	5,49	5,57	99%
L7	1,5	8,31	8,65	96%	5,49	5,27	104%
L8	2,0	8,97	9,35	96%	5,49	5,23	105%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 33 - Comparação dos cortantes nos apoios para a carga de 600 kgf/m² (Conclusão)

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L9	3,0	5,49	5,07	108%	2,75	3,27	84%
L10	4,0	5,49	5,27	104%	2,75	3,33	83%
L11	1,0	-	-	-	4,32	4,01	108%
L12	1,5	-	-	-	4,32	3,71	116%
L13	2,0	-	-	-	4,32	3,74	116%
L14	3,0	-	-	-	2,16	2,33	93%
L15	4,0	-	-	-	2,16	2,35	92%

Fonte: Autoria própria (2020).

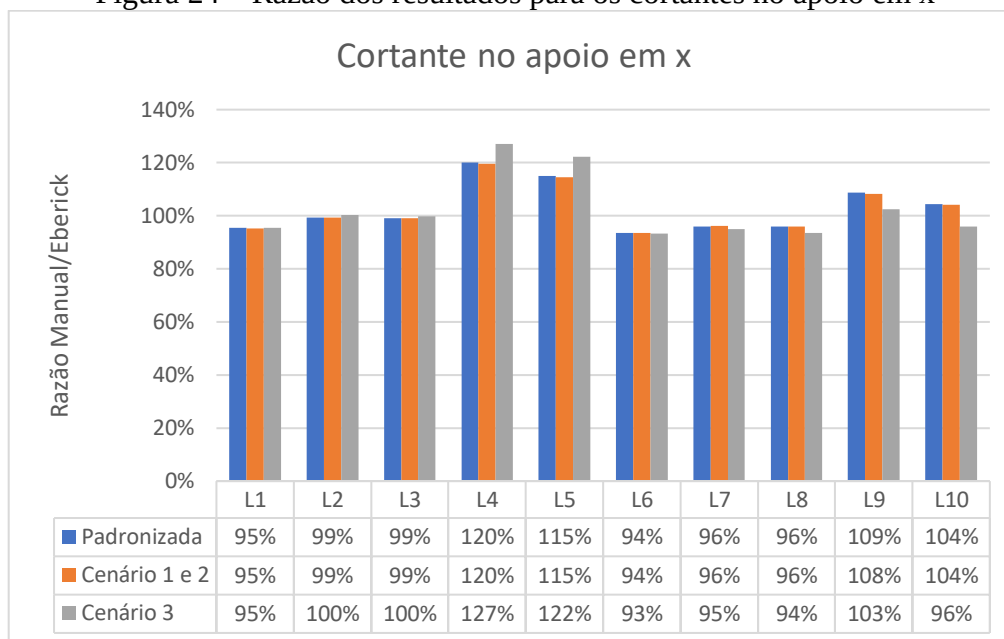
Tabela 34 - Comparação dos cortantes nos apoios para a espessura de 20 cm

ID	λ	Cortante em x no apoio (kN/m)			Cortante em y no apoio (kN/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick	Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	6,00	6,29	95%	6,00	6,29	95%
L2	1,5	7,99	7,96	100%	6,00	6,35	94%
L3	2,0	9,00	9,01	100%	6,00	6,28	96%
L4	3,0	6,00	4,72	127%	3,00	5,08	59%
L5	4,0	6,00	4,91	122%	3,00	5,77	52%
L6	1,0	5,57	5,97	93%	4,39	4,42	99%
L7	1,5	6,65	7,01	95%	4,39	4,33	101%
L8	2,0	7,18	7,67	94%	4,39	4,43	99%
L9	3,0	4,39	4,28	103%	2,20	3,46	64%
L10	4,0	4,39	4,58	96%	2,20	3,89	57%
L11	1,0	-	-	-	3,46	3,03	114%
L12	1,5	-	-	-	3,46	2,74	126%
L13	2,0	-	-	-	3,46	2,97	116%
L14	3,0	-	-	-	1,73	1,91	91%
L15	4,0	-	-	-	1,73	2,01	86%

Fonte: Autoria própria (2020).

A figura 24 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 31, 32, 33 e 34 quanto a relação do cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em x, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 24 – Razão dos resultados para os cortantes no apoio em x



Fonte: Autoria Própria (2020).

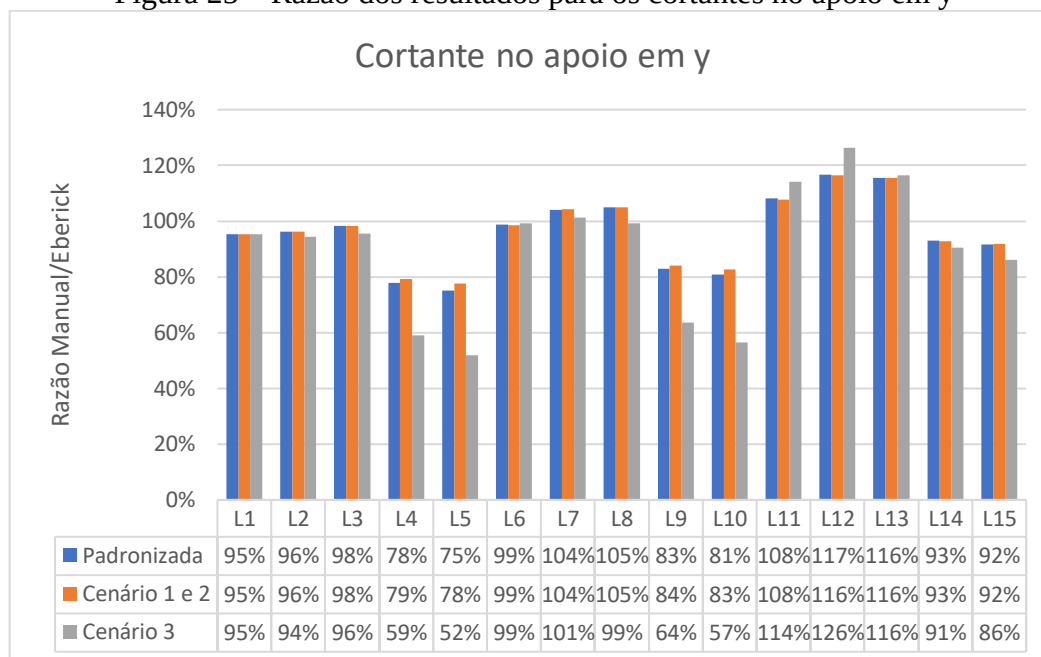
Com relação a comparação dos esforços cortantes em x, nota-se que para a configuração de carregamentos padronizados, juntamente com os cenários 1 e 2, a diferença máxima apresentada foi de 20% situada na laje 4. Para o cenário 3, apesar de também apresentar maior diferença na laje 4, o valor é de 27%. Esses valores mostram que nessas lajes o valor do esforço obtido manualmente foi superior ao do *software*.

Essa maior divergência na laje 4 tem como um dos motivos a consideração da área de influência do carregamento que será transmitido como esforços, no qual ocorre de maneira simplificação no modelo manual para retas inclinadas a partir dos vértices dependendo da vinculação. Além disso, as lajes 4 e 5 se distanciam mais uma vez por serem unidirecionais sem engastes, proporcionando maior divergência entre as hipóteses dos dois métodos, um utilizando o elemento infinitesimal de placa e o outro por meio de nós no método da rigidez direta.

Embora os valores anteriores estejam na casa dos dois dígitos, apenas 2 lajes apresentaram diferença maior que 10%, as demais estiveram aproximações maiores, o que implica em uma semelhança entre os métodos quando comparado os esforços cortantes. Somado a isso, os efeitos dos carregamentos apenas contribuíram para reforçar a semelhança de análise dessa solicitação.

Já a figura 25 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 31, 32, 33 e 34 quanto a relação do cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em y, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 25 – Razão dos resultados para os cortantes no apoio em y



Fonte: Autoria Própria (2020).

Na comparação dos esforços cortantes em y, os valores das diferenças máximas apresentadas para a configuração padronizada, cenário 1 e 2 e cenário 3 são, respectivamente, 25%, 22% e 48%, todos na laje 5. Com isso, é possível afirmar que a divergência se mostra maior na direção y, principalmente para λ maiores, no qual fica cada vez mais nítida.

Isso ocorre devido a distribuição do carregamento da laje nos seus apoios que, para a teoria estudada, é feita a partir de um modelo simplificado, a partir de retas inclinadas a depender do tipo de vinculação.

Além disso, quando comparado a alteração dos carregamentos entre os métodos não foi visto diferença significativa, porém, para alturas maiores, nas lajes 4, 5, 9 e 10, apresentou valores maiores no Eberick, tendo em vista a dificuldade da teoria clássica de contemplar as lajes com espessuras maiores.

Os resultados de esforços cortantes tiveram uma semelhança maior do que os momentos fletores devido a característica de transferência de esforços com base na área de influência da laje, que se mostrou menos influenciada quanto ao método adotado, sendo ressaltado que quanto mais o elemento se distanciar do comportamento de placa e se aproximar de um comportamento linear, menor será a semelhança dos resultados.

Tabela 35 – Comparação da configuração padronizada dos cortantes nos engastes

ID	λ	Cortante em x no engaste (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	6,63	7,09	94%
L7	1,5	7,90	8,06	98%
L8	2,0	8,55	8,61	99%
L9	3,0	5,16	4,46	116%
L10	4,0	5,16	4,58	113%
L11	1,0	5,87	6,45	91%
L12	1,5	6,67	6,95	96%
L13	2,0	7,06	7,27	97%
L14	3,0	4,13	3,74	110%
L15	4,0	4,13	3,83	108%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 36 – Comparação dos cortantes nos engastes para a carga acidental de 600 kgf/m²

ID	λ	Cortante em x no engaste (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	12,06	12,89	94%
L7	1,5	14,37	14,65	98%
L8	2,0	15,54	15,66	99%
L9	3,0	9,38	8,11	116%
L10	4,0	9,38	8,33	113%
L11	1,0	10,68	11,72	91%
L12	1,5	12,12	12,64	96%
L13	2,0	12,84	13,22	97%
L14	3,0	7,50	6,80	110%
L15	4,0	7,50	6,97	108%

Fonte: Autoria própria (2020).

Tabela 37 - Comparação dos cortantes nos engastes para a carga de 600 kgf/m²

ID	λ	Cortante em x no engaste (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	12,06	12,89	94%
L7	1,5	14,37	14,65	98%
L8	2,0	15,54	15,66	99%
L9	3,0	9,38	8,11	116%
L10	4,0	9,38	8,33	113%
L11	1,0	10,68	11,72	91%
L12	1,5	12,12	12,64	96%
L13	2,0	12,84	13,22	97%
L14	3,0	7,50	6,80	110%
L15	4,0	7,50	6,97	108%

Fonte: Autoria própria (2020).

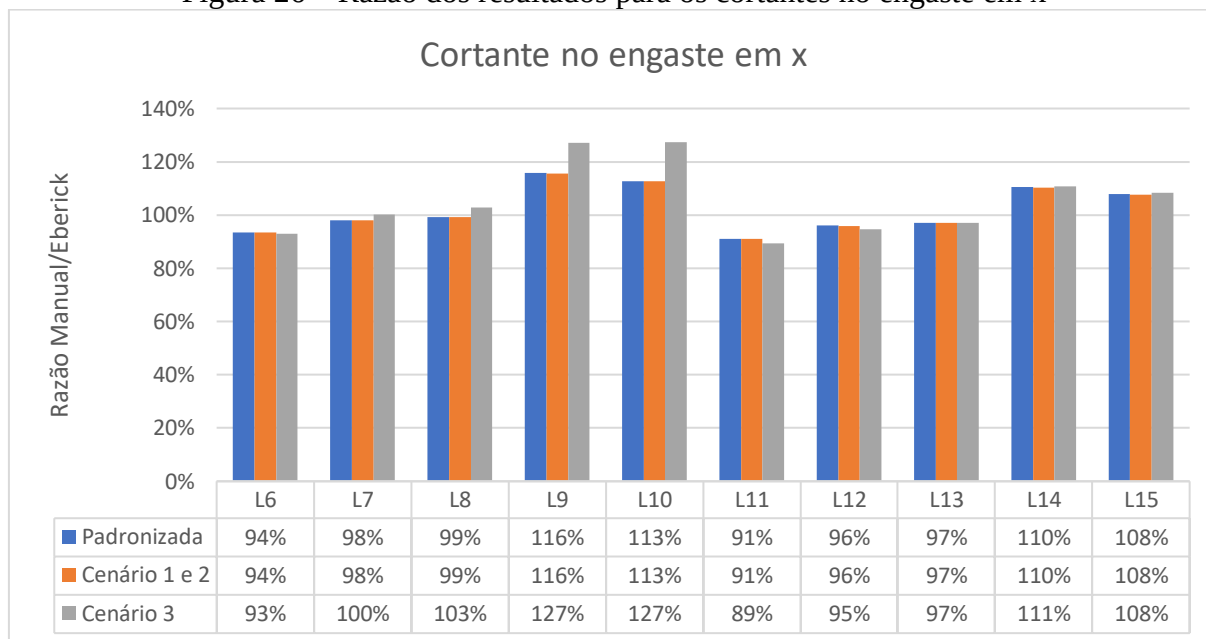
Tabela 38 - Comparação dos cortantes nos engastes para a espessura de 20 cm

ID	λ	Cortante em x no engaste (kNm/m)		
		Manual	Eberick	Manual/Eberick
L1	1,0	-	-	-
L2	1,5	-	-	-
L3	2,0	-	-	-
L4	3,0	-	-	-
L5	4,0	-	-	-
L6	1,0	9,65	10,37	93%
L7	1,5	11,50	11,49	100%
L8	2,0	12,43	12,10	103%
L9	3,0	7,50	5,90	127%
L10	4,0	7,50	5,89	127%
L11	1,0	8,54	9,56	89%
L12	1,5	9,70	10,26	95%
L13	2,0	10,27	10,58	97%
L14	3,0	6,00	5,42	111%
L15	4,0	6,00	5,54	108%

Fonte: Autoria própria (2020).

A figura 26 condensa os resultados obtidos por meio das Tabelas 35, 36, 37 e 38 quanto a relação do cálculo manual dividido pelo resultado do Eberick em x, traduzindo essa aproximação entre os métodos quanto mais próxima a razão estiver dos 100%.

Figura 26 – Razão dos resultados para os cortantes no engaste em x



Fonte: Autoria Própria (2020).

Na comparação dos esforços cortantes na direção que constam os engastes, é possível obter os valores de 13,79% para diferença máxima entre os dois métodos, referindo-se à configuração padronizada e os dois primeiros cenários. Para o terceiro cenário esse valor amplia para 21,26%, contemplando todas as porcentagens relacionadas a laje 9.

Essa maior diferença da laje 9 é devido a consideração do modelo simplificado adotado pela teoria e por conta que o Eberick considera uma distribuição de esforços nas lajes e esse efeito se destaca nas lajes unidirecionais, redistribuindo os esforços e diminuindo seu valor no programa. Assim, a razão calculada fica maior quando estudadas as lajes armadas em uma direção.

Semelhante aos esforços na direção x, estes também se aproximam bastante, já que os valores das diferenças máximas são valores pontuais, com 80% dos resultados restantes com diferença inferior a 10%. Além disso, ressalta-se o comportamento das lajes unidirecionais com espessuras maiores, distanciando seus esforços em virtude de a teoria clássica distorcer os valores dessas lajes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de um *software* estrutural traz inúmeras vantagens, obtendo maior eficiência e segurança nos cálculos. Entretanto, no presente trabalho ao ser aplicado metodologias distintas para a análise estrutural resultou-se em diferentes valores para os esforços. Apesar de alguns casos possuírem um erro pequeno, outros apresentaram bastante divergência, chamando atenção para a necessidade da correta interpretação e domínio do programa utilizado.

Comparando-se os resultados, é possível notar que para as lajes com vãos mais próximos (coeficientes λ menores) os resultados dos esforços de momento fletor e esforço cortante se aproximam cada vez mais entre os métodos utilizados, com razão mais próxima de 100% no trabalho. Além disso, a menor quantidade de engastes e espessuras menores (ordem de 1/30) também são fatores que colaboram para essa aproximação.

Porém, à medida que é considerado alturas maiores e o aumento de engastes, os valores vão se afastando sem um padrão definido. Vale ressaltar que o pórtico feito possui maior rigidez nos elementos não analisados, aproximando os métodos estudados quanto a essa condicionante.

Em virtude disso, notou-se que ao variar a carga acidental e carga permanente não influenciou significativamente a comparação dos resultados entre os métodos, com semelhança entre as proporções. Porém, o aumento considerável da laje implicou diretamente na análise das placas delgadas, devido a consideração de pequenas espessuras, resultando em valores que podem fugir do comportamento real da estrutura.

Portanto, identifica-se que os métodos conduzem a resultados satisfatórios quando as hipóteses atribuídas ao cálculo são obedecidas, porém, que o *software* computacional propõe resultados mais realistas, visto que faz considerações nos seus cálculos do comportamento real da estrutura. Vale ressaltar que a aplicação do *software* não substitui o conhecimento técnico do engenheiro projetista, uma vez que o método utilizado por ele também é passível de falhas eletrônicas.

REFERÊNCIAS

- ALTOQI. **Modelos de análise de lajes de concreto armado**. 2013. Disponível em <<http://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>>. Acesso em novembro de 2020.
- ALBUQUERQUE, Augusto Teixeira de. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**. 1999. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado — Especificação. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto - Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de concreto**: notas de aula. Bauru, SP: UNESP, 2015.
- BARES, R. **Tablas para el cálculo de placas y vigas parede**. Barcelona: Editora Gustavo Gili S/A, 1972.
- BEZERRA, E. M. F. **Otimização multiobjetivo de lajes nervuradas em concreto armado**. 2017. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pró-Reitoria de Pesquisa e PósGraduação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.
- BOTELHO, Manoel Henrique Campos; MARCHETTI, Osvaldemar. **Concreto armado, eu te amo**. 7. ed. São Paulo: Edgar Blucher Ltda., 2013.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.
- CHIAVERINI, V. **Aço e ferros fundidos**. São Paulo: Associação Brasileira de Metais, 1982.
- CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 2. ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília: Finatec, 2008.

COELHO, J.A. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de Grelha**. Dissertação de Mestrado. UFSC. Florianópolis, 2000.

KIMURA, Alio. **Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado: Cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. São Paulo: Pini, 2007.

MAMLOUK, Michael S.; ZANIEWSKI, John P. **Materials for civil and construction engineers**. 3 ed. United Kingdom, New Jersey: Pearson Education, 2011. 582p.

PFEIL, W. **Concreto protendido-vol. 3: Dimensionamento à flexão**. Rio de Janeiro, LTC-Livros Técnicos e Científicos. Cap, v. 3, p. 129, 1984.

PEREIRA, Vitor Bruno Santos; LIMA, Iva Emanuely Pereira; CORREIRA, Vinicius Costa. **Estudo comparativo entre o uso do cálculo manual e de um software computacional no dimensionamento de lajes maciças**. Brazilian Journal of Development, v. 5, n. 3, p. 2542-2549, 2019.

RABELLO, F. T. **Estudo de Lajes Lisas de Concreto com Visão Integrada de Flexão e Punção**. Tese de Doutorado. UFSC. Florianópolis. 2016.

TIMOSHENKO, Stephen P.; WOINOWSKY-KRIEGER, Sergius. **Theory of plates and shells**. United Kingdom: McGraw-hill, 1959.

ANEXOS

ANEXO A: Coeficiente μx , $\mu'x$, μy , $\mu'y$ para os casos 1, 2 e 3

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO B: Coeficiente μx , $\mu'x$, μy , $\mu'y$ para os casos 4, 5 e 6

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO C: Coeficiente μx , $\mu'x$, μy , $\mu'y$ para os casos 7, 8 e 9

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	5,46	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	5,56	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	5,65	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	5,70	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	5,75	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	5,75	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	5,76	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	5,75	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	5,74	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	5,73	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	5,72	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	5,69	3,66	7,68	1,60	5,72
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	5,66	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	5,62	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	5,58	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	5,56	3,91	8,05	1,36	5,72
1,80	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	5,54	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	5,55	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	5,56	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	5,60	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	5,64	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	5,64	4,19	8,33	1,17	5,72

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO D: Coeficiente α para o cálculo das flechas

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,73	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,77	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO E: Coeficiente k_x , k'_x , k_y , k'_y para os casos 1, 2 e 3

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	k_x	k_y	k_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y	k_y
1,00	2,50	2,50	1,83	2,32	4,02	2,32	4,02	1,83
1,05	2,62	2,50	1,92	2,37	4,10	2,38	4,13	1,83
1,10	2,73	2,50	2,01	2,41	4,17	2,44	4,23	1,83
1,15	2,83	2,50	2,10	2,44	4,22	2,50	4,32	1,83
1,20	2,92	2,50	2,20	2,46	4,27	2,54	4,41	1,83
1,25	3,00	2,50	2,29	2,48	4,30	2,59	4,48	1,83
1,30	3,08	2,50	2,38	2,49	4,32	2,63	4,55	1,83
1,35	3,15	2,50	2,47	2,50	4,33	2,67	4,62	1,83
1,40	3,21	2,50	2,56	2,50	4,33	2,70	4,68	1,83
1,45	3,28	2,50	2,64	2,50	4,33	2,74	4,74	1,83
1,50	3,33	2,50	2,72	2,50	4,33	2,77	4,79	1,83
1,55	3,39	2,50	2,80	2,50	4,33	2,80	4,84	1,83
1,60	3,44	2,50	2,87	2,50	4,33	2,82	4,89	1,83
1,65	3,48	2,50	2,93	2,50	4,33	2,85	4,93	1,83
1,70	3,53	2,50	2,99	2,50	4,33	2,87	4,97	1,83
1,75	3,57	2,50	3,05	2,50	4,33	2,89	5,01	1,83
1,80	3,61	2,50	3,10	2,50	4,33	2,92	5,05	1,83
1,85	3,65	2,50	3,15	2,50	4,33	2,94	5,09	1,83
1,90	3,68	2,50	3,20	2,50	4,33	2,96	5,12	1,83
1,95	3,72	2,50	3,25	2,50	4,33	2,97	5,15	1,83
2,00	3,75	2,50	3,29	2,50	4,33	2,99	5,18	1,83
∞	5,00	2,50	5,00	2,50	4,33	3,66	6,25	1,83

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO F: Coeficiente k_x , k'_x , k_y , k'_y para os casos 4, 5 e 6

λ	Caso 4				Caso 5		Caso 6	
	k_x	k'_x	k_y	k'_y	k_x	k'_y	k'_x	k_y
1,00	1,83	3,17	1,83	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44
1,05	1,92	3,32	1,83	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44
1,10	2,00	3,46	1,83	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44
1,15	2,07	3,58	1,83	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44
1,20	2,14	3,70	1,83	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44
1,25	2,20	3,80	1,83	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44
1,30	2,25	3,90	1,83	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44
1,35	2,30	3,99	1,83	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44
1,40	2,35	4,08	1,83	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44
1,45	2,40	4,15	1,83	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44
1,50	2,44	4,23	1,83	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44
1,55	2,48	4,29	1,83	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44
1,60	2,52	4,36	1,83	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44
1,65	2,55	4,42	1,83	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44
1,70	2,58	4,48	1,83	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44
1,75	2,61	4,53	1,83	3,17	2,53	4,33	4,17	1,44
1,80	2,64	4,58	1,83	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44
1,85	2,67	4,63	1,83	3,17	2,66	4,33	4,22	1,44
1,90	2,70	4,67	1,83	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44
1,95	2,72	4,71	1,83	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44
2,00	2,75	4,75	1,83	3,17	2,84	4,33	4,28	1,44
∞	3,66	6,33	1,83	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

ANEXO G: Coeficiente k_x , k'_x , k_y , k'_y para os casos 7, 8 e 9

λ	Caso 7			Caso 8			Caso 9	
	k_x	k'_x	k_y	k'_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y
1,00	1,44	2,50	3,03	3,03	1,44	2,50	2,50	2,50
1,05	1,52	2,63	3,08	3,12	1,44	2,50	2,62	2,50
1,10	1,59	2,75	3,11	3,21	1,44	2,50	2,73	2,50
1,15	1,66	2,88	3,14	3,29	1,44	2,50	2,83	2,50
1,20	1,73	3,00	3,16	3,36	1,44	2,50	2,92	2,50
1,25	1,80	3,13	3,17	3,42	1,44	2,50	3,00	2,50
1,30	1,88	3,25	3,17	3,48	1,44	2,50	3,08	2,50
1,35	1,94	3,36	3,17	3,54	1,44	2,50	3,15	2,50
1,40	2,00	3,47	3,17	3,59	1,44	2,50	3,21	2,50
1,45	2,06	3,57	3,17	3,64	1,44	2,50	3,28	2,50
1,50	2,11	3,66	3,17	3,69	1,44	2,50	3,33	2,50
1,55	2,16	3,75	3,17	3,73	1,44	2,50	3,39	2,50
1,60	2,21	3,83	3,17	3,77	1,44	2,50	3,44	2,50
1,65	2,25	3,90	3,17	3,81	1,44	2,50	3,48	2,50
1,70	2,30	3,98	3,17	3,84	1,44	2,50	3,53	2,50
1,75	2,33	4,04	3,17	3,87	1,44	2,50	3,57	2,50
1,80	2,37	4,11	3,17	3,90	1,44	2,50	3,61	2,50
1,85	2,40	4,17	3,17	3,93	1,44	2,50	3,65	2,50
1,90	2,44	4,21	3,17	3,96	1,44	2,50	3,68	2,50
1,95	2,47	4,28	3,17	3,99	1,44	2,50	3,72	2,50
2,00	2,50	4,33	3,17	4,01	1,44	2,50	3,75	2,50
∞	3,66	6,34	3,17	5,00	1,44	2,50	5,00	2,50

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).