



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE ENGENHARIAS - CE
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

HEDJANY SENA DA SILVA

DISCRETIZAÇÃO DE VIGA PELO MÉTODO DAS TRELIÇAS DE MÖRSCH

MOSSORÓ

2021

HEDJANY SENA DA SILVA

DISCRETIZAÇÃO DE VIGA PELO MÉTODO DAS TRELIÇAS DE MÖRSCH

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Valmiro Quéfren Gameleira Nunes,
Prof. Dr.

MOSSORÓ

2021

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

S586d Silva, Hedjany Sena da .
Discretização de viga usando o Método das
Trelças de Mörsch / Hedjany Sena da Silva. - 2021.
50 f. : il.

Orientador: Valmiro Quéfren Gameleira Nunes.
Monografia (graduação) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Curso de --Selecione um
Curso ou Programa--, 2021.

1. Cisalhamento em vigas. 2. Trelças de Mörsch.
3. Concreto Armado. I. Nunes, Valmiro Quéfren
Gameleira , orient. II. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

HEDJANY SENA DA SILVA

DISCRETIZAÇÃO DE VIGA PELO MÉTODO DAS TRELIÇAS DE MÖRSCH

Monografia apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Defendida em: ____ / ____ / ____.

BANCA EXAMINADORA

Valmiro Quéfren Gameleira Nunes, Prof. Dr. (UFERSA)
Presidente

Raimundo Gomes de Amorim Neto, Prof. Dr. (UFERSA)
Membro Examinador

Christiane Mylena Tavares de Menezes Gameleira, Profª. Drª. (UFERSA)
Membro Examinador

*Aos meus eternamente amados vovô Nenel e
vovó Neném. (In Memoriam).*

*Ao meu Deus. A minha mãe, Ana.
Ao meu pai do coração, Josafá. (presentes)*

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço à Deus por me guiar e me ajudar a superar os desafios, por me dar forças nos momentos em que me sinto cansada, por me dar consolo quando meu coração está angustiado e por colocar na minha jornada pessoas maravilhosas. Sem ele, eu não conseguiria coisa alguma.

Agradeço a meus avós, que hoje são as estrelinhas mais lindas do meu céu, Dona Neném e Seu Nenel; agradeço ao meu pai de coração, Josafá e a minha mãe, Ana Cláudia. Obrigado por terem me criado com todo o amor que vocês poderiam oferecer, terem me passado bons princípios, por terem me ensinado a recuar e descansar, mas nunca desistir.

Agradeço ao Professor Valmiro Gameleira, pela disponibilidade, orientação e paciência durante a elaboração dessa monografia.

Agradeço ao meu orientador e meu coorientador de Iniciação Científica, Professor Ivan Mezzomo e Professor Matheus Menezes; ao meu orientador no Estágio Obrigatório, Professor Raimundo Amorim; a minha orientadora de Estágio Não-Obrigatório e orientadora de Monitoria, Professora Christiane Gameleira; ao tutor do Projeto de Extensão PegAzuls AeroDesign, Professor Ramsés; ao tutor e ao coordenador do Projeto de Extensão ALPE Engenharia Empresa Júnior, Professor Francisco Rosendo e Professor Francisco Júnior e a todo corpo docente do curso de Engenharia Civil da UFERSA. Obrigado por todos os conhecimentos compartilhados.

Agradeço a meus supervisores de estágios, Engenheiro Carlos Müller e Engenheiro José Henrique; adicionalmente, agradeço a Técnica Luana Micaele; a Secretária de Infraestrutura do município de Mossoró, Katia; aos Engenheiros Jaedem, Márcio e Nicolas e todas as equipes do canteiro, em especial: a Raimundo Nonato, Pedro e Di Assis. Obrigado por todo o incentivo.

Agradeço aos meus amigos Modesto Valci e Manoel Neto por todo o companheirismo durante o curso. As minhas amigas Abilene e Louise pelo apoio desses últimos anos. Aos meus amigos da Vila Acadêmica: Tassy, Nancy, Rafaela, Gilmar e Neto por todos os momentos compartilhados. Aos meus amigos dos Projetos de Extensão: Isadora, Yalana, Jéssyca, Paulo, Bruno Chaves, Bruno Ítalo, Cayssa, Jorzel, José Geraldo, Paulinha, Ricardo, Vincente e muitos outros. E, como costumamos dizer na ALPE Engenharia E.J., obrigado por me incentivarem a escalar desafios e valorizar os “nós”. Por fim, obrigado a Clinton, Isac, Matheus, Thiago e Júlia pelo carinho e suporte durante o segundo, terceiro e início do quarto período da graduação. E a Vitor Hugo e ao querido Moisés.

Obrigado a todas essas pessoas. Sem a ajuda delas, a escalada até aqui teria sido bem mais difícil.

“Não fui eu que ordenei a você? Seja forte e corajoso! Não se apavore nem desanime, pois o Senhor, o seu Deus, estará com você por onde andar”.

Josué 1:9

RESUMO

Em 1906, Mörsch publicou o estudo “Treliça de Mörsch” usando barras dobradas a 45° e estribos a 90° . No estudo divulgado, para determinar a armadura de cisalhamento de uma viga de concreto armado, o mecanismo resistente da viga no estágio II foi associado a uma treliça de banzos paralelos em que o concreto e aço resistiam conjuntamente aos esforços cortantes. Na teoria o banzo superior foi associado ao concreto comprimido acima da linha neutra, o banzo inferior foi associado a armadura de flexão, as diagonais comprimidas foram associadas ao concreto fissurado e as diagonais tracionadas foram associados a armadura transversal. Embora a teoria não tenha sido completamente aceita na época, os princípios apresentados por Mörsch continuam válidos até os dias atuais, servindo como base do cálculo ao cisalhamento para importantes códigos de projeto estrutural ao redor do mundo. É de conhecimento que no dimensionamento usual de uma viga é admitido que a profundidade da linha neutra é constante ao longo do seu comprimento e igual ao valor obtido no dimensionamento da seção mais solicitada. Entretanto, a teoria da flexão mostra que a profundidade da linha neutra e, conseqüentemente, o braço de alavanca Z são variáveis ao longo do comprimento longitudinal da viga. Considerando essas variações, as treliças associadas as vigas no estágio II apresentarão configurações estruturais distintas. Com base no questionamento de o quanto as considerações para Z constante e para Z variável irão diferir no dimensionamento ao esforço cisalhante de uma viga de concreto armado, o presente trabalho faz o dimensionamento de uma viga e de quatro modelos de treliça associados a viga, considerando o z constante e o z variável. Desses modelos, dois apresentam espaçamento entre as diagonais igual ao espaçamento entre estribos e dois modelos apresentam o espaçamento entre diagonais aproximadamente igual ao valor de z obtido do dimensionamento da seção mais solicitada da viga. Em seguida, é feito dois tipos de comparações: entre os modelos de treliça com z constante e z variável e entre os quatro modelos de treliça que foram dimensionados e viga. O objetivo é determinar quais dos modelos de treliça se mostra mais conservativo. Os resultados obtidos revelam que os modelos que levam em consideração a variação da linha neutra e, por consequência, a variação do braço de alavanca se mostram nos trechos críticos até 9,23% mais conservadores quando comparados entre si e até 22,24% mais conservadores quando comparados com os respectivos esforços cortantes da viga. Os resultados também revelam que a inclinação maior que 45° das diagonais comprimidas resulta numa configuração estrutural menos eficiente em relação as configurações cujo θ está próximo à 45° .

Palavras-chave: Cisalhamento em vigas, Treliça de Mörsch, concreto armado.

ABSTRACT

In 1906, Mörsch published the study “Mörsch trellis” using bars folded at 45° and stirrups at 90° . In the published study, to determine the shear reinforcement of a reinforced concrete beam, the resistant mechanism of the beam in stage II was associated with a truss with parallel chords in which the concrete and steel jointly resisted the shear forces. In theory, the upper chord was associated with compressed concrete above the neutral line, the lower chord was associated with flexural reinforcement, as compressed diagonals were associated with cracked concrete and as tensioned diagonals were associated with transverse reinforcement. Although the theory was not fully accepted at the time, the basic principles for Mörsch remain valid until today, serving as the basis for the shear calculation for important structural design around the world. It is known that no usual design of a beam is admitted that the depth of the neutral line is constant along its length and equal to the value found in the design of the most requested section. However, bending theory shows that the depth of the neutral line and, consequently, the lever arm Z are variable along the longitudinal length of the beam. These variations, the trusses associated with the beams in stage II will present different configurations to change. Based on the question of how much the considerations for constant Z and variable Z differ in dimensioning the shearing stress of a reinforced concrete beam, the present work designs a beam and four truss models associated with the beam, considering constant oz and variable oz . Of these models, two have the spacing between diagonals equal to the spacing between stirrups and two models have the spacing between diagonals approximately equal to the z value calculated for the design of the most stressed section of the beam. Then, two types of comparisons are made: between the truss models with constant z and variable z and between the four truss models that were designed and beam. The objective is to determine which of the truss models is more conservative. The results obtained show that the models that take into account the variation of the neutral line and, consequently, the variation of the leverage arm is shown in the criteria stretches up to 9.23% more conservative when compared to each other and up to 22.24% more conservative when compared to the shear efforts of the beam. The results also reveal that a greater than 45° of the compressed diagonals results in a less efficient structural configuration compared to configurations whose θ is close to 45° .

Keywords: Beam shear, Mörsch trellis, reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração de modelos de treliças associados a viga no estágio II para as considerações de z constante e z variável.....	15
Figura 2 – Treliça associada ao mecanismo resistente de uma viga no estágio II	15
Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas.....	18
Figura 4 – Diagrama Retangular e Diagrama Parábola-retângulo de tensões.....	18
Figura 5 – Distribuição de tensões segundo o Diagrama Retangular simplificado.....	19
Figura 6 – Aspecto de viga de concreto armado próximo a ruptura submetida a flexão	21
Figura 7 – Fissuras típicas de cisalhamento e flexão.....	21
Figura 8 – Analogia entre viga e treliça	22
Figura 9 – Treliças análogas a treliça de Mörsch	22
Figura 10 – Inclinações das fissuras de uma viga contínua.....	23
Figura 11 – Tensões observadas nos estribos $\times$ tensões previstas por Mörsch	24
Figura 12 – Analogia para a treliça generalizada	25
Figura 13 – Forças atuantes nas barras da treliça	26
Figura 14 – Solicitação na biela inclinada.....	26
Figura 15 – Disposição real e disposição idealizada dos estribos de uma viga.....	28
Figura 16 – Ilustração da viga em estudo	31
Figura 17 – Ilustração da área de concreto comprimido Acc numa seção transversal genérica da viga	32
Figura 18 – Treliça: Modelo 1	37
Figura 19 – Ilustração do Modelo 2 de treliça.....	38
Figura 20 – Ilustração do Modelo 3 de treliça.....	39
Figura 21 – Ilustração do Modelo 4 de treliça.....	40
Figura 22 – Diagrama de Esforço Normal dos quatro modelos de treliça	41

LISTAS DE TABELAS

Tabela 1 – Características dos modelos de treliça dimensionados no trabalho.....	32
Tabela 2 – Resultado do dimensionamento	34
Tabela 3 – Dimensionamento da viga em seções de 20 cm	35
Tabela 4 – Dimensionamento da viga em seções de 28,57 cm	36
Tabela 5 – Dimensionamento do Modelo 1 da treliça.....	37
Tabela 6 – Áreas das seções transversais do Modelo 2.....	38
Tabela 7 – Dimensionamento do Modelo 3 da treliça.....	39
Tabela 8 – Áreas das seções transversais do Modelo 4.....	40
Tabela 9 – Comparação dos esforços nas diagonais entre Modelo 1 e Modelo 2	42
Tabela 10 – Comparação dos esforços nas diagonais entre Modelo 3 e Modelo 4.....	43
Tabela 11 – Comparação entre os Modelos 1 e 2 e a Viga	44
Tabela 12 – Comparação entre os Modelo 3 e 4 e a Viga.....	45

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
1.1.	Considerações Iniciais	13
1.2.	Histórico	13
1.3.	Descrição do Problema	14
1.4.-	Objetivos	16
1.4.1.	Objetivos Gerais	16
1.4.2.	Objetivos Específicos	16
1.5	Estrutura do Trabalho	16
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Dimensionamento à Flexão em Vigas	17
2.1.1	Posição da Linha Neutra	19
2.2.	Treliça de Mörsch	20
2.2.1.	Treliça Clássica de Mörsch	20
2.2.2.	Treliça Generalizada de Mörsch	23
2.2.3.	Modelos de Treliça Adotados pela NBR 6118:2014	24
2.3.	Esforço Cortante em Vigas	24
2.3.1.	Tensão nas Bielas	26
2.3.2.	Armadura Transversal	27
2.3.3.	Dimensionamento ao Esforço Cortante	29
2.3.3.1.	Armadura Mínima	30
3.	METODOLOGIA	31
4.	ANÁLISES E RESULTADOS	34
4.1.	Dimensionamento da Viga	34
4.2.	Dimensionamento das Treliças	37
4.2.1.	Modelo 1	37
4.2.2.	Modelo 2	37
4.2.3.	Modelo 3	39
4.2.4.	Modelo 4	39
4.3.	Análise Estrutural	40
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
5.1.	Propostas para trabalhos futuros	48
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Iniciais

Para vigas de concreto armado no estágio I, a análise das tensões tangenciais pode ser feita pela teoria clássica da Resistência dos Materiais. Devido à baixa resistência à tração do concreto e consequente fissuração, a análise de vigas ao cisalhamento é sempre feita no estágio II. Dessa forma, o dimensionamento ao esforço cortante para o concreto armado é feito pelo modelo de treliça idealizado por Mörsch.

De acordo com PINHEIRO (2007), esse modelo faz uma analogia entre uma viga fissurada e uma treliça formada pelo banzo superior, que atua como cordão de concreto comprimido; pelo banzo inferior, que atua como armadura longitudinal de tração; pelas diagonais comprimidas que equivalem as bielas de concreto comprimidas entre as fissuras e pelas diagonais tracionadas que representam a armadura transversal de cisalhamento.

Segundo CARVALHO (2014), embora esse modelo não tenha sido inicialmente bem aceito, com o desenvolvimento das técnicas de ensaio das estruturas, a teoria teve reconhecimento mundial e, ainda hoje, os princípios apresentados por E. Mörsch continuam válidos. Sendo, esses princípios, usados como base de cálculo para a ABNT NBR 6118, que utiliza dois modelos de cálculos baseados na treliça de Mörsch. Na norma, o Modelo I de cálculo admite diagonais comprimidas com inclinação igual a 45° e o Modelo II de cálculo admite inclinação das diagonais comprimidas variando entre 30° e 45° . Nos dois modelos a inclinação das diagonais tracionadas podem variar entre 45° até 90° .

1.2. Histórico

De acordo com CARVALHO (2014), em 1906, o Engenheiro alemão Emil Mörsch divulgou a teoria que procura explicar o comportamento de peças fletidas fissuradas de concreto armado, através da sua publicação Treliça de Mörsch. Nessa teoria é admitido que uma carga aplicada numa viga de concreto armado chega até os apoios percorrendo o caminho de uma treliça. Nos experimentos, Mörsch usou vigas com barras dobradas a 45° e estribos a 90° .

Segundo E. C. S. Thomaz, esse tipo de armadura foi usado até 1943, quando Emilio Baumgart fez modificações no detalhamento das barras, separando-as em superiores e inferiores. Em 1964, Fritz Leonhardt baseando-se na redução de uma parcela do esforço

cortante devido a participação do concreto na resistência à força cortante, mostrou que a quantidade de estribos pode ser menor que aquela prevista por Mörsch.

Ainda no mesmo ano, Hubert Rüsch afirmou que os resultados obtidos por E. Mörsch foram obtidos por ensaios estáticos. Dessa forma, com as cargas variando muito ao longo da vida da obra, a área de armadura transversal deveria ser maior em relação àquela proposta por Leonhardt.

Em 1982, o alerta feito por Rüsch foi comprovado para o caso em que ocorrem muitas grandes variações de carga, como no caso de pontes. A comprovação foi feita pelo pesquisador e engenheiro Hajime Okamura. Ainda de acordo com o E. C. S. Thomaz, as variações de cargas em edificações usuais não são acentuadas, podendo considerar a redução da parcela do esforço cortante devido a participação do concreto na resistência a força cortante, definida por Leonhardt. Nos dias atuais essa parcela é considerada pela ABNT NBR 6118.

1.3. Descrição Do Problema

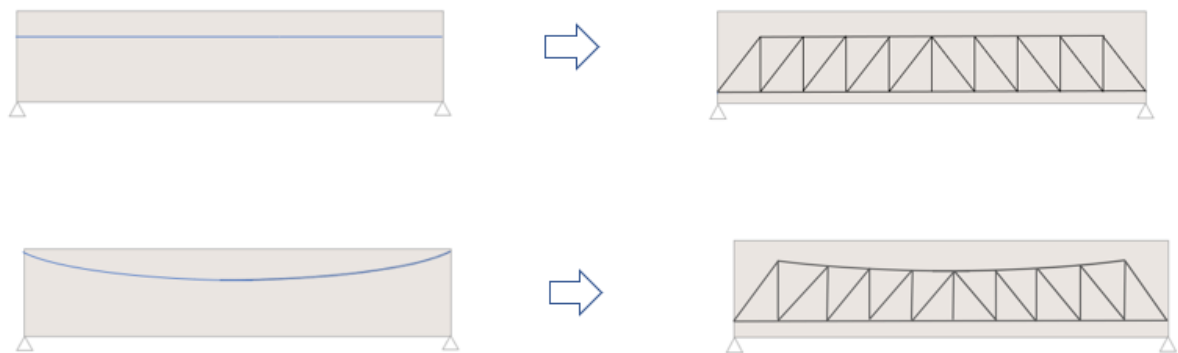
Quando a tensão principal de uma viga de concreto armado submetida a um determinado carregamento atinge a resistência à tração do concreto, surgem fissuras inclinadas e a viga entra no estágio II. Nesse estágio, caracterizado pela fissuração do concreto tracionado e por uma complexa redistribuição de tensões, não é possível aplicar as equações clássicas da Resistência dos Materiais.

Sendo assim, para o dimensionamento ao esforço cortante, recorre-se a analogia clássica em que o mecanismo resistente de uma viga fissurada é associado a uma treliça isostática de banzos paralelos em que a armadura e o concreto equilibram conjuntamente o esforço cortante. Nesse modelo, cada barra da treliça representa uma parte da viga, sendo o banzo superior representando o concreto comprimido pela flexão, o banzo inferior representando a armadura longitudinal de tração, as diagonais comprimidas representam as bielas de compressão e as diagonais tracionadas representam os estribos.

No seu modelo, Mörsch assumiu que as diagonais comprimidas se estendiam por mais de um estribo e que os estribos deviam estar próximos o suficiente para interceptarem qualquer fissura devido a esforços cortantes, tendo em vista que uma ruptura precoce poderia acontecer quando a distância entre os estribos for maior que o dobro do braço de alavanca z para estribos inclinados e maior que o braço de alavanca z para estribos verticais.

No dimensionamento de uma viga, é admitido que a profundidade da linha neutra assume valor constante, referente aquele obtido no dimensionamento da seção mais solicitada. Consequentemente, a treliça associada a viga no estágio II terá valor de z constante. Entretanto, a teoria da flexão mostra que a profundidade da linha neutra e consequentemente o braço de alavanca z variam ao longo do comprimento longitudinal da viga. Considerando essa variação, o modelo de treliça associado a viga no estágio II terá valor de z variável, como ilustra a Figura 1. Então, surge o questionamento, o quanto as considerações para z constante e para z variável irão diferir no dimensionamento ao esforço cisalhante de uma viga de concreto armado?

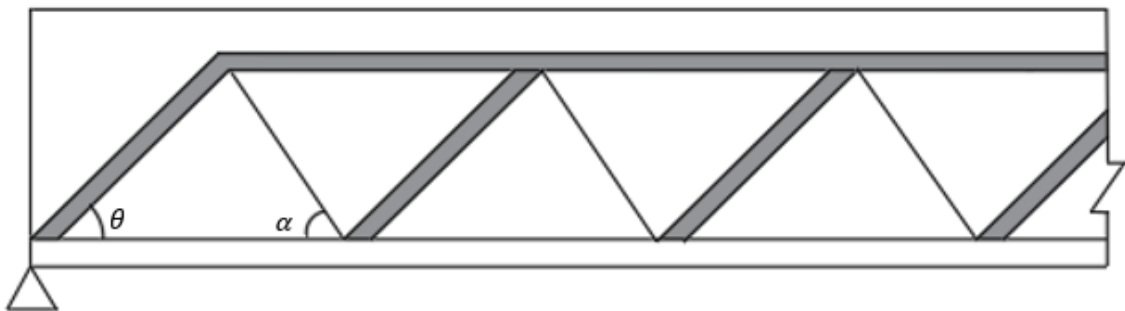
Figura 1 – Ilustração de modelos de treliças associados a viga no estágio II para as considerações de z constante e z variável



Fonte: Autoria própria (2021)

A ABNT NBR 6118 utiliza dois modelos de cálculos baseados na treliça de Morsch. A principal diferença entre os dois modelos se traduz na inclinação das bielas de compressão. Enquanto o Modelo I, utiliza inclinação θ da diagonal comprimida igual a 45° , no Modelo II, a inclinação θ varia entre 30° e 45° . Os dois modelos permitem adotar a inclinação α das armaduras transversais como 45° e 90° em relação ao eixo longitudinal da viga, conforme ilustra Figura 2. Neste trabalho será considerado o Modelo I da ABNT NBR 6118 e estribos verticais.

Figura 2 – Treliça associada ao mecanismo resistente de uma viga no estágio II



Fonte: Autoria própria (2021)

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos Gerais

O objetivo desse trabalho foi verificar como a consideração de z variável ao longo do comprimento da viga afeta ao dimensionamento da viga ao cisalhamento.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Fazer uma revisão bibliográfica sobre os assuntos inerentes a essa pesquisa;
- Dimensionar cada seção uma viga de acordo com a ABNT NBR 6118;
- Obter a área de concreto comprimido de cada seção da viga;
- Obter o braço de alavanca z para cada seção da viga;
- Determinar a treliça de Mörsch associada a viga;
- Comparar os esforços nas diagonais tracionadas entre as treliças com z constante e com z variável e com o correspondente valor do esforço cortante na viga;
- Determinar qual modelo de treliça é mais conservativo.

1.5. Estrutura Do Trabalho

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos. O [Capítulo 1](#) apresenta uma breve introdução sobre o tema, apresentação da problematização e objetivos do trabalho.

No [Capítulo 2](#) é apresentada uma revisão bibliográfica dos assuntos inerentes ao trabalho acerca do dimensionamento do elemento estrutural viga. Serão abordadas considerações teóricas sobre o procedimento de dimensionamento a flexão e cisalhamento e a associação entre a treliça de Mörsch e vigas.

No [Capítulo 3](#) é apresentada a metodologia da pesquisa, nas quais serão explicitadas as principais etapas para se gerar o modelo da treliça associado a viga em estudo e como serão feitas as comparações entre os modelos.

No [Capítulo 4](#) são mostrados resultados da pesquisa e será feita uma breve discussão sobre esses resultados.

O [Capítulo 5](#) apresenta as considerações finais do trabalho e conclusões obtidas, além de possíveis propostas para futuras pesquisas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo é descrito o desenvolvimento do estudo bibliográfico, contemplando como subcapítulos as principais informações sobre a teoria de dimensionamento a flexão, a teoria sobre o cisalhamento de vigas e modelos de cálculos e os modelos de treliça associados a vigas definidos pela ABNT NBR 6118:2014.

2.1. Dimensionamento A Flexão Simples Em Vigas

O dimensionamento em estruturas de concreto armado é feito no Estado Limite Último de ruína. Desse modo, as resistências do aço e do concreto são minoradas conforme Equação 1 e Equação 2. As solicitações são majoradas por um coeficiente $\gamma_f = 1,4$, conforme Equação 3.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (1)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2)$$

Sendo γ_c e γ_s respectivamente iguais à 1,4 e 1,5.

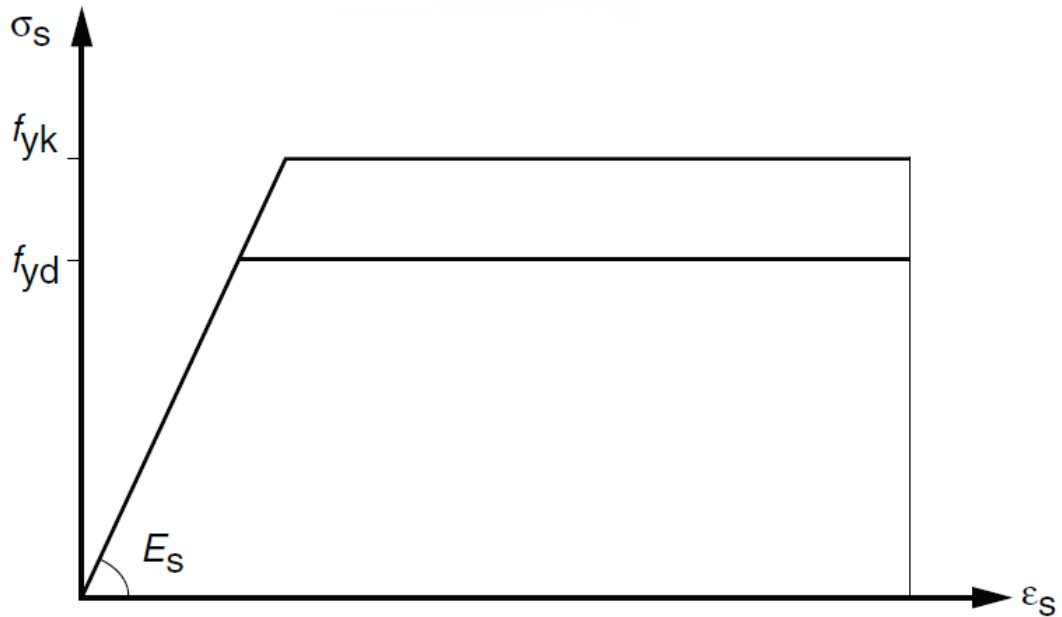
$$S_d = \gamma_f \cdot S_k \quad (3)$$

em que S_d e S_k representam solicitação de projeto e solicitação característica, respectivamente.

Para o dimensionamento de um elemento submetido à flexão, é admitido algumas hipóteses básicas. É admitido que a seção transversal permanece plana após a deformação. É admitido aderência perfeita entre o aço e o concreto. É admitido que a distribuição de tensões segue o diagrama mostrado na Figura 3 e na Figura 4 para o aço e concreto, respectivamente. Por fim, é admitido que as armaduras suportam todo o esforço de tração, basicamente, a tração à resistência do concreto, normal a seção transversal, é totalmente desprezada.

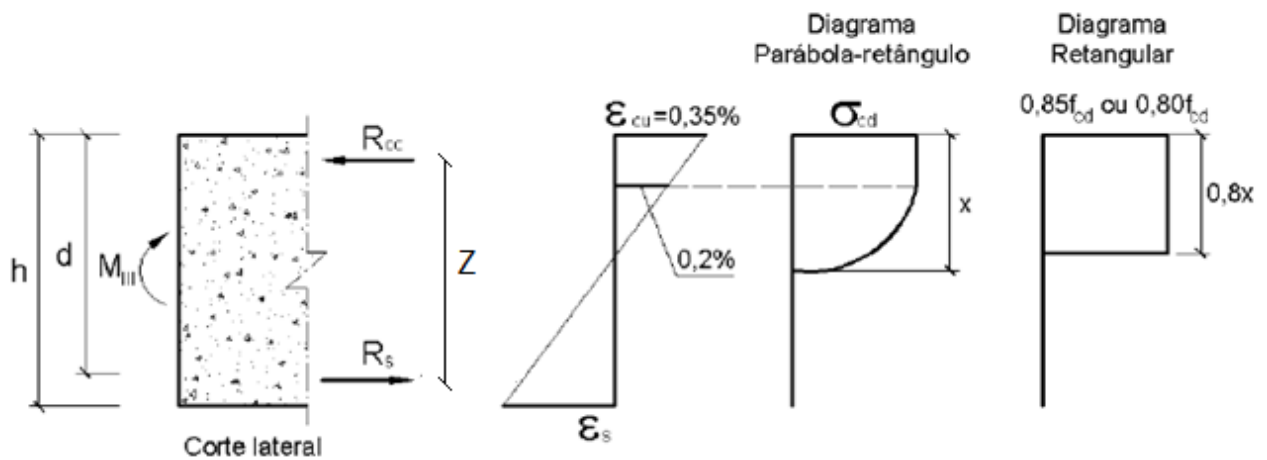
De acordo com PINHEIRO (2007), para a flexão simples, a posição da linha neutra deve estar compreendida entre zero e d . Dessa forma, é possível afirmar que os domínios possíveis para a flexão são os domínios 2, 3 e 4. Entretanto, a ABNT NBR 6118:2014 estabelece que é necessário garantir um adequado comportamento dúctil e limita a posição da linha neutra, conforme Equação 4. Sendo assim, de acordo com a norma, os possíveis domínios são Domínio 2 e parte do Domínio 3.

Figura 3 - Diagrama tensão-deformação para armaduras passivas



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Figura 4 - Diagrama Retangular e Diagrama Parábola-retângulo de tensões



Fonte: adaptada de Pinheiro (2007)

$$x = \begin{cases} 0,45 \cdot d, & \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,35 \cdot d, & \text{para } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4)$$

É importante ressaltar que nesse trabalho foi estudado apenas o equacionamento para armadura simples restrito a elementos cuja seção transversal é retangular e com f_{ck} limitado a 50 MPa.

Através do equilíbrio das forças atuantes normais a seção transversal e do equilíbrio dos momentos na Figura 5, é obtido a Equação 5 e Equação 6, respectivamente.

$$\begin{aligned} \sum F = 0 & \rightarrow -F_c + F_s = 0 \\ & F_c = F_s \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum M = 0 & \rightarrow -M_d + F_c \cdot z = 0 \\ & M_d = F_c \cdot z \end{aligned} \quad (6)$$

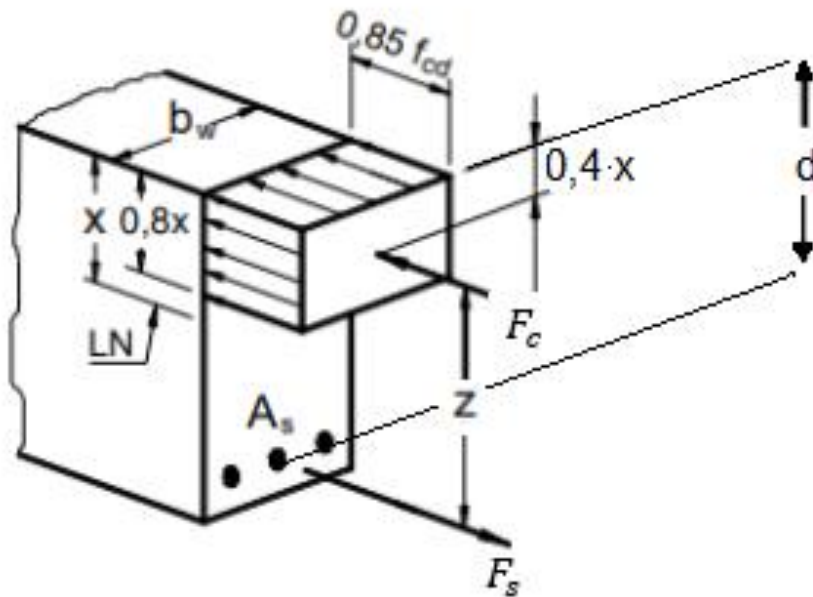
Através da relação entre força e tensão e analisando a Figura 13, F_c é dado pela Equação 7.

$$\begin{aligned} F_c &= 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x \\ F_c &= 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \end{aligned} \quad (7)$$

Ainda analisando a Figura 13, z é dado pela Equação 8.

$$z = d - 0,4 \cdot x \quad (8)$$

Figura 5 – Distribuição de tensões segundo o Diagrama Retangular simplificado.



Fonte: Bastos (2015)

2.1.1. Posição Da Linha Neutra

Substituindo as Equações 7 e 8 na Equação 6 é obtida a expressão do momento de projeto em função da linha Neutra, dada pela Equação 9.

$$\begin{aligned} M_d &= (0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) \\ M_d &= (0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot d) - (0,272 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x^2) \end{aligned}$$

$$M_d = (0,68 \cdot x \cdot d - 0,272 \cdot x^2) \cdot f_{cd} \cdot b_w \quad (9)$$

A Equação 9 é um polinômio de segundo grau em que a incógnita é a posição da linha neutra. Resolvendo o polinômio e fazendo algumas manipulações algébricas, é obtido a posição da linha neutra, dada pela Equação 10.

$$x = \frac{0,68 \cdot d \mp \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b_w}}}{0,544} \quad (10)$$

2.2. Treliça De Morsch

2.2.1. Treliça Clássica De Morsch

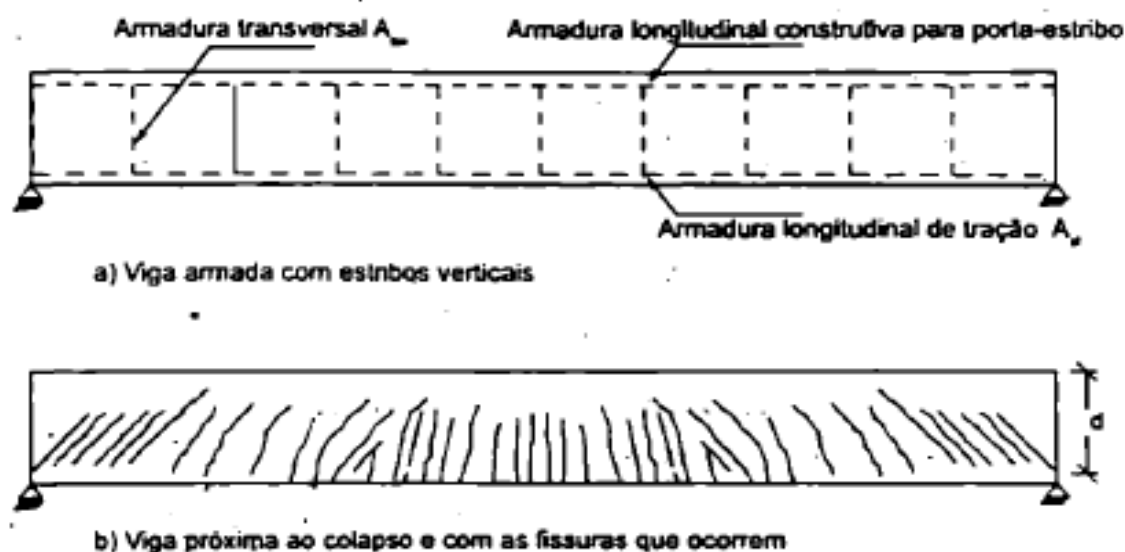
Em 1906, para dimensionar a armadura transversal de cisalhamento de uma viga de concreto armado, foi idealizado por E. Morsch a teoria que associa o comportamento resistente de uma viga fissurada ao de uma treliça. Esse modelo, embora não tenha sido bem aceito no início, com o avanço das técnicas de ensaios de estruturas, foi reconhecido mundialmente e seus princípios continuam válidos até os dias atuais.

De acordo com CARVALHO (2014), uma viga submetida a um carregamento vertical está submetida a um momento fletor variável e um esforço cortante não nulo. Sendo assim, na seção transversal, surgem tensões normais (σ_x e σ_y) e tangenciais (τ_{xy}), formando um estado biaxial de tensões, com tensões principais (σ_1 e σ_2) inclinadas em relação ao eixo da viga.

As tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} são obtidas em função do momento fletor e do esforço cortante com as fórmulas clássicas da Resistência dos Materiais, sendo que na teoria das vigas esbeltas, σ_y é desprezado. Quando a tensão principal atinge a resistência a tração do concreto, surgem fissuras inclinadas, iniciando-se o Estádio II, onde a formulação clássica da Resistência dos Materiais não é aplicável. A Figura 6 mostra o aspecto de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada próximo à ruptura e submetida a flexão simples.

ARAÚJO (2010) afirma que, desconsiderando os fatores de natureza aleatória, as fissuras são perpendiculares a direção da tensão principal (σ_1). Dessa forma, as fissuras serão inclinadas nas zonas de cisalhamento e as fissuras serão verticais nos trechos onde o cisalhamento é nulo, como ilustra Figura 7. Entre as fissuras, se encontra concreto íntegro que contribui para a resistência.

Figura 6 - Aspecto de viga de concreto armado próximo a ruptura submetida a flexão



Fonte: Carvalho (2014)

Figura 7 - Fissuras típicas de cisalhamento e flexão



Fonte: Carvalho (2014)

Segundo PINHEIRO (2007), no modelo, Mörsch propõe que o comportamento da viga fissurada é similar ao de uma treliça com banzo superior, formado pela região de concreto comprimida acima da linha neutra; pelo banzo inferior, formado pela armadura longitudinal de tração; pelas diagonais comprimidas, formadas pelas bielas de concreto entre fissuras e pelas diagonais tracionadas, formadas pela armadura transversal de cisalhamento. Uma ilustração da analogia entre viga fissurada e treliça é mostrada na Figura 8.

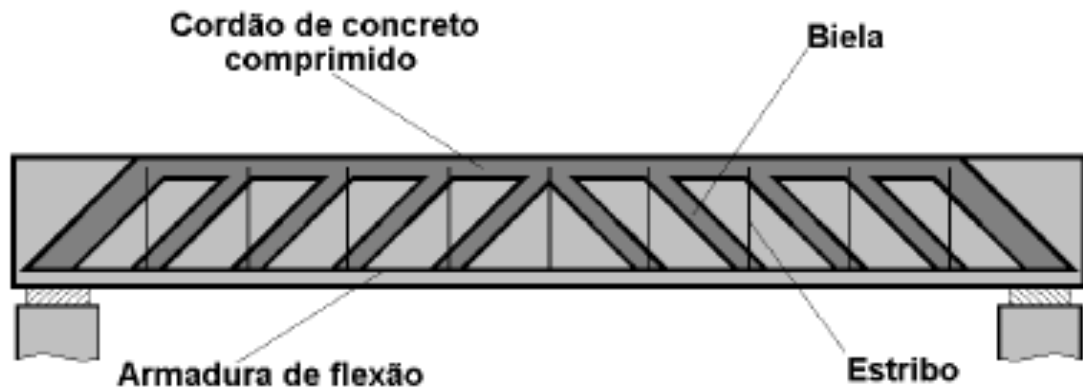
Nesse modelo é admitido que o esforço de cisalhamento é equilibrado pela associação de bielas de concreto e diagonais tracionadas de aço que acompanham a trajetória da tensão principal após a fissuração.

No modelo original, conhecido como treliça clássica de Mörsch, é adotado que as bielas estão inclinadas ao ângulo θ igual 45° em relação ao eixo longitudinal da viga. De acordo com

ARAÚJO (2010), essa inclinação acompanha a inclinação das tensões principais na altura na linha neutra.

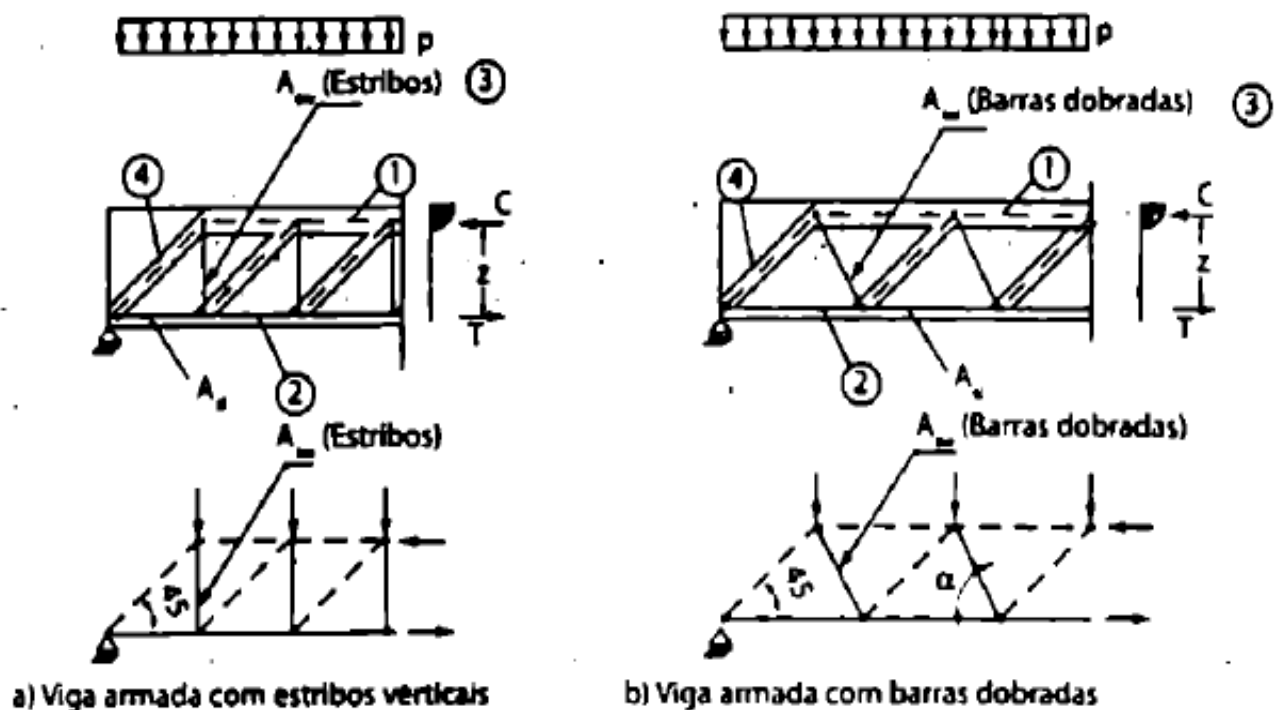
De acordo com CARVALHO (2014), em relação a diagonal tracionada, é considerado que a inclinação α está entre 45° e 90° na direção das tensões principais. As possíveis configurações da treliça clássica de Mörsch estão ilustradas na Figura 9.

Figura 8 - Analogia entre viga e treliça



Fonte: Pinheiro (2007)

Figura 9 - Treliças análogas a treliça de Mörsch



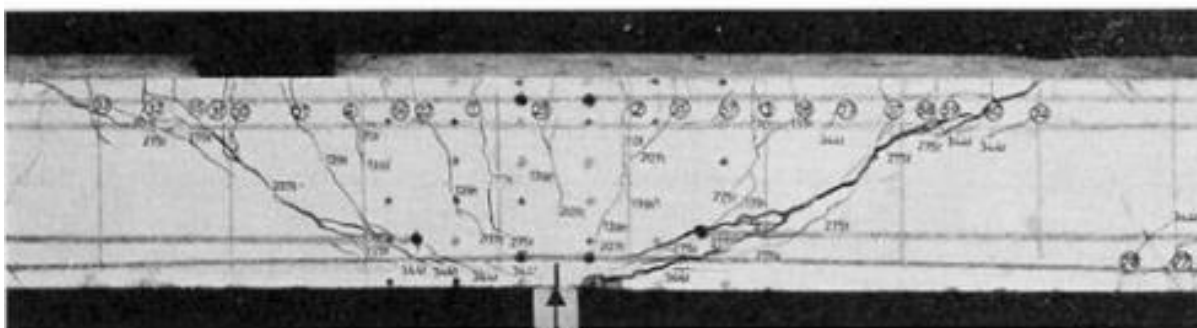
Fonte: Carvalho (2014)

2.2.2. Treliza Generalizada De Morsch

Na atualidade, se tem o conhecimento através de análises experimentais que o modelo de treliza originalmente idealizado por Morsch fornece uma taxa de armadura transversal superior a necessária.

Segundo LEONHARDT (1964), existem muitas fissuras de cisalhamento perto do suporte interno com ângulos tão baixos quanto 30° , conforme ilustra Figura 10. Como consequência, estribos são mais necessários perto do suporte do que na região onde não temos rachaduras.

Figura 10 – Inclinações das fissuras de uma viga contínua



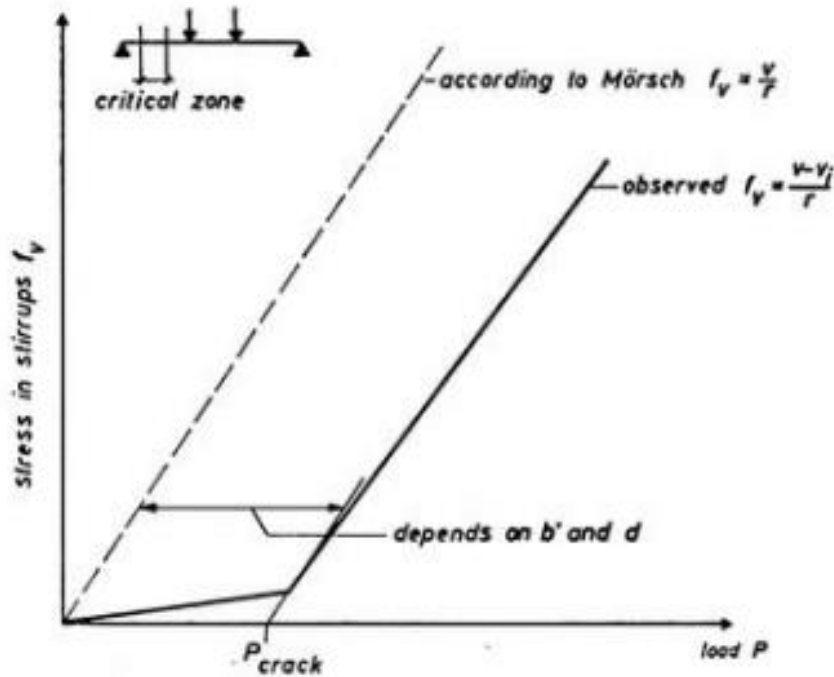
Fonte: Leonhardt (1964)

Dessa forma, LEONHARDT (1964) ainda afirma que o mecanismo descrito deixa claro que a cobertura total de cisalhamento de acordo com a teoria de Morsch não é necessária porque as forças de tração na alma são consideravelmente menores e para suportar todas as forças de tração do aço, pode, portanto, ser cumprido por uma cobertura de cisalhamento reduzida. As tensões nos estribos obtidas em suas pesquisas apresentam o padrão mostrados na Figura 11.

De acordo com CARVALHO (2014), através dos experimentos, foi verificado que a tensão nas armaduras se torna menor quando se considera que a treliza é hiperestática; os banzos não são paralelos em sua totalidade; as diagonais comprimidas e o banzo superior estão parcialmente engastados; nas regiões onde o esforço cortante é mais intenso, a inclinação das fissuras são menores que 45° com as bielas absorvendo uma parcela maior do esforço cortante.

Entretanto, como a modelagem matemática que considere todas essas observações seria muito complexa, foi adotado modelos mais simplificados. Sendo assim, a teoria da treliza clássica sofreu alterações que permitem considerar que a inclinação θ das diagonais comprimidas varie entre 30° e 45° . A inclinação α das diagonais tracionadas, permanece entre 45° e 90° .

Figura 11 – Tensões observadas nos estribos × tensões previstas por Morsch



Fonte: Leonhardt (1964)

2.2.3. Modelos De Trelça Adotados Pela NBR 6118

A ABNT NBR 6118:2014, admite dois modelos de treliça para o dimensionamento da armadura transversal. Esses modelos consideram a existência de mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento. Esses mecanismos são representados pela variável V_c .

O modelo de cálculo I admite que as diagonais comprimidas estão inclinadas em relação ao eixo da viga por um ângulo θ igual a 45° e que a parcela V_c tem valor constante que independe de V_{sd} .

O modelo II admite que as diagonais comprimidas estão inclinadas em relação ao eixo da viga por um ângulo que varia entre 30° e 45° e que V_c aumente conforme V_{sd} diminui.

2.3. Esforço Cortante Em Vigas

A Figura 12 ilustra um trecho de viga submetido a um esforço cortante de projeto V_d e a treliça com ângulo de inclinação das bielas θ e ângulo de inclinação dos estribos α idealizada no interior da viga. A distância a_c entre duas bielas sucessivas é dada pela Equação 11

$$a_c = z \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) \quad (11)$$

A Figura 13 mostra as forças atuantes nas barras da treliça considerando as seções S_1 e S_2 . No equilíbrio das seções, a força de compressão nas bielas e a força de tração nos estribos são dadas pelas Equações 12 e 13, respectivamente.

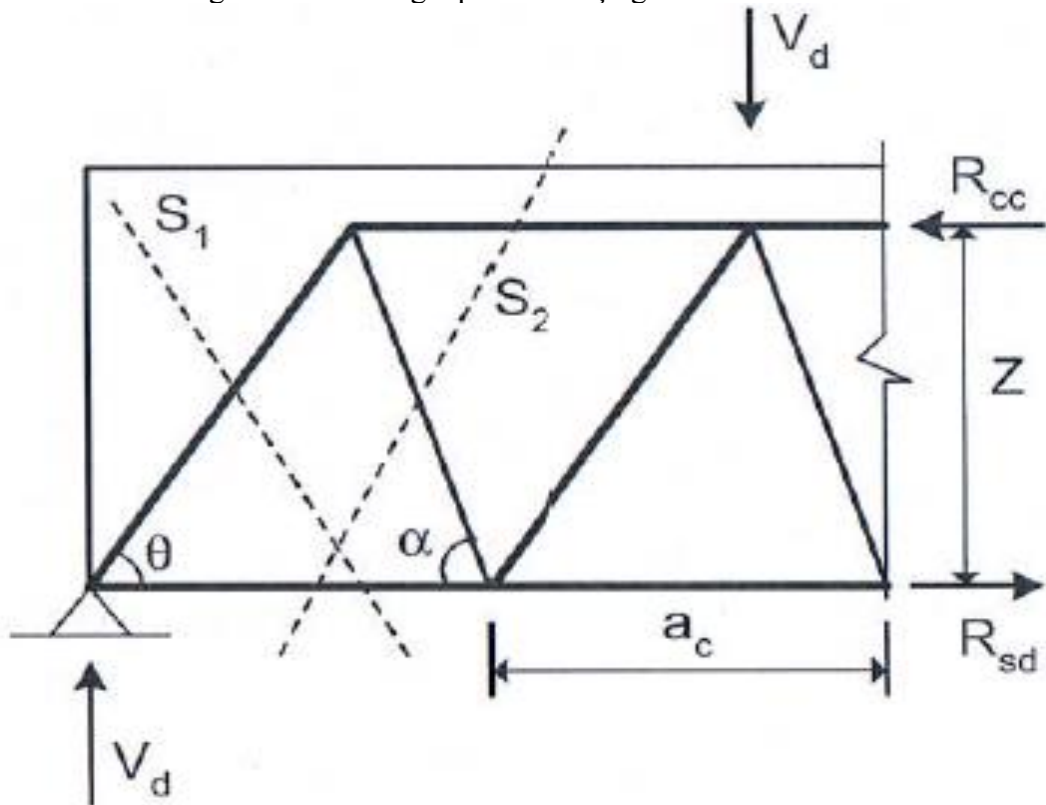
$$\text{Para seção } S_1: \sum F_y = 0 \rightarrow V_d = F_c \cdot \text{sen}\theta \quad (12)$$

$$F_c = \frac{V_d}{\text{sen}\theta}$$

$$\text{Para seção } S_2: \sum F_y = 0 \rightarrow V_d = F_s \cdot \text{sen}\alpha$$

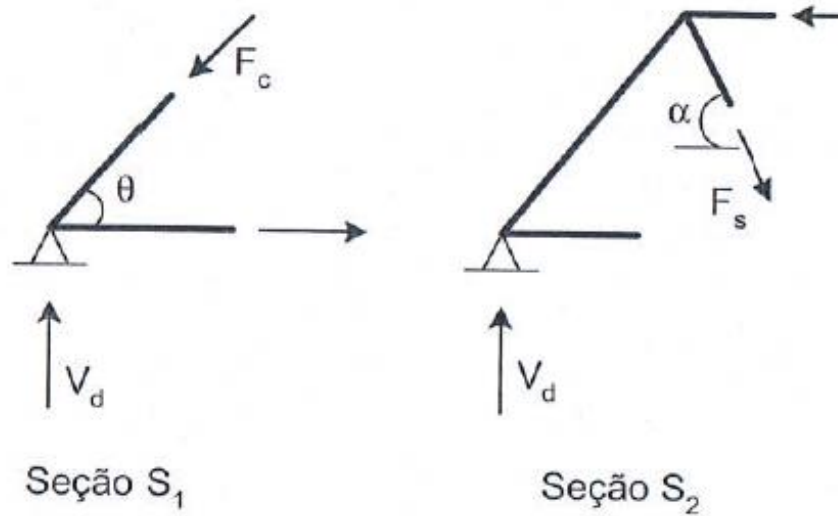
$$F_s = \frac{V_d}{\text{sen}\alpha} \quad (13)$$

Figura 12 - Analogia para a treliça generalizada



Fonte: ARAÚJO (2010)

Figura 13 - Forças atuantes nas barras da treliça

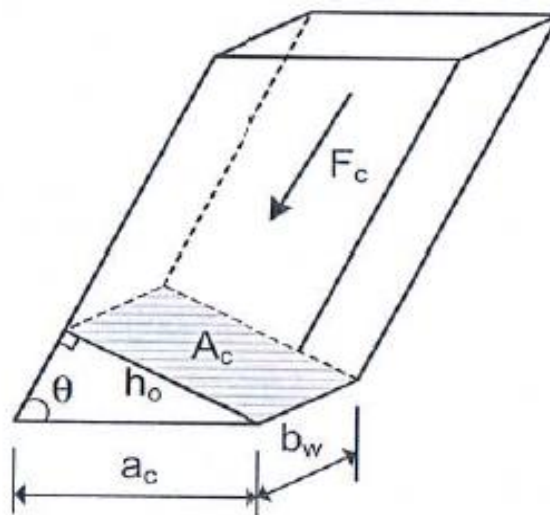


Fonte: ARAÚJO (2010)

2.3.1. Tensão Nas Bielas

Analisando a Figura 14, que representa a sollicitação na biela inclinada, a força de compressão da biela F_c atua na área A_c que dada pela Equação 14.

Figura 14 - Sollicitação na biela inclinada



Fonte: Araújo (2010)

$$A_c = b_w \cdot h_o \quad (14)$$

em que b_w é a largura da viga e h_o é a dimensão normal a força de compressão F_c . h_o é dado pela Equação 15.

$$(15)$$

$$h_o = a_c \cdot \sin\theta$$

substituindo a Equação 15 na Equação 14, a área A_c passa a ser dada pela Equação 16.

$$A_c = b_w \cdot a_c \cdot \sin\theta \quad (16)$$

Sabendo que a tensão na biela é dada por $\sigma_c = F_c/A_c$, que a F_c é dado pela Equação 12, A_c dado pela Equação 16 e substituindo a Equação 11 na Equação 16, a tensão que atua na biela pode ser expressa pela Equação 17 ou pela Equação 18.

$$\sigma_c = \frac{V_d / \sin\theta}{b_w \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\theta} \quad (17)$$

$$\sigma_c = \frac{V_d}{b_w \cdot z \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin^2\theta}$$

adotando aproximação de $z = 0,9 \cdot d$,

$$\sigma_c = \frac{V_d}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin^2\theta}$$

fazendo $\frac{V_d}{b_w \cdot d} = \tau_{wd}$,

$$\sigma_c = \frac{1,11 \cdot \tau_{wd}}{(\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin^2\theta} \quad (18)$$

■

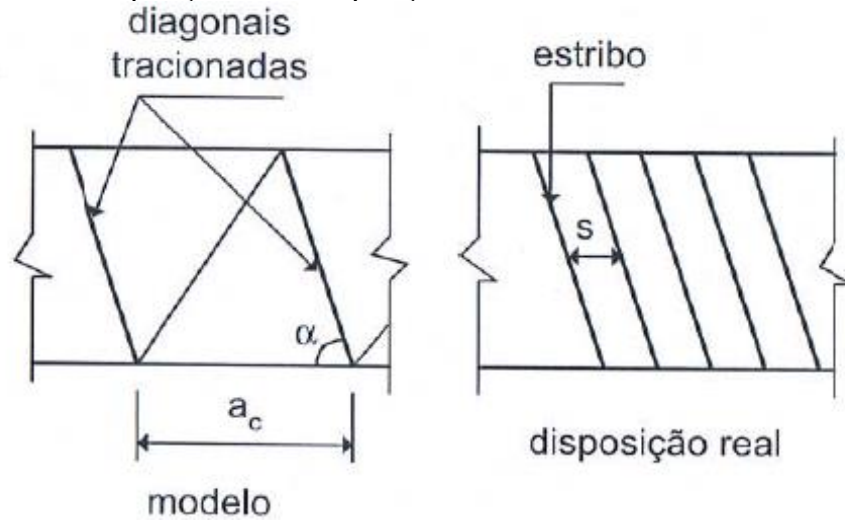
É importante enfatizar que, nas Equações 20 e 21, σ_c deve ser limitado à f_{cd} para evitar o esmagamento das bielas de concreto.

2.3.2. Armadura Transversal

Na Figura 12, é possível observar que as diagonais tracionadas estão espaçadas por a_c . Entretanto, de acordo com ARAÚJO (2010), para evitar que alguma fissura não seja interceptada pelas barras da armadura transversal, o espaçamento dos estribos deve ser menor que a_c .

A Figura 15 mostra os estribos na configuração idealizada e na disposição real. Considerando que a área da seção transversal de todos os ramos de um estribo é A_{s1} e que o espaçamento entre eles é s , a área total de armadura A_s ao longo de a_c será dada pela Equação 19.

Figura 15 - Disposição real e disposição idealizada dos estribos de uma viga



Fonte: Araújo (2010)

$$A_s = \frac{a_c}{s} \cdot A_{s1} \quad (19)$$

Da relação entre força, área e tensão, a força de tração resistida pelos estribos é dada pela Equação 20.

$$F_{sr} = A_s \cdot f_{yd} \quad (20)$$

igualando a Equação 13 e a Equação 20,

$$\begin{aligned} F_{sr} &= F_s \\ A_s \cdot f_{yd} &= \frac{V_d}{\text{sen}\alpha} \end{aligned}$$

substituindo a Equação 19,

$$\begin{aligned} \frac{a_c}{s} \cdot A_{s1} \cdot f_{yd} &= \frac{V_d}{\text{sen}\alpha} \\ \frac{A_{s1}}{s} &= \frac{V_d}{a_c \cdot f_{yd} \cdot \text{sen}\alpha} \end{aligned}$$

substituindo a Equação 16,

$$\frac{A_{s1}}{s} = \frac{V_d}{z \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) \cdot f_{yd} \cdot \text{sen}\alpha} \quad \blacksquare$$

por fim, admitindo $z = 0,9 \cdot d$ e fazendo $\frac{V_d}{d} = b_w \cdot \tau_{wd}$, a área de armadura transversal ao longo da viga expressa em cm/cm é dada pela Equação 21.

$$\frac{A_{s1}}{s} = \frac{1,11 \cdot b_w \cdot \tau_{wd}}{f_{yd} \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) \cdot \text{sen}\alpha} \quad (21)$$

2.3.3. Dimensionamento Ao Esforço Cortante

A ABNT NBR 6118:2014 estabelece dois modelos de cálculos baseados na teoria da treliça de banzos paralelos, associados a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior da viga. Nesse trabalho será apresentado apenas o equacionamento do modelo de cálculo I.

Em concordância com a ABNT NBR 6118:2014, no ELU, a resistência ao cortante em uma seção transversal é tida como satisfatória quando são simultaneamente verificados que a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} e menor que força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal V_{Rd3} :

$$\begin{aligned} V_{Sd} &\leq V_{Rd2} \\ V_{Sd} &\leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \end{aligned}$$

onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça; V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

Para o modelo de cálculo I, a verificação da compressão diagonal do concreto é dada pela Equação 22.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (22)$$

em que α_{v2} é dado pela Equação 23, com f_{ck} em MPa.

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (23)$$

Seguindo as especificações do item 17.4.2.2 da ABNT NBR 6118:2014, a armadura transversal é obtida pelas Equações 24, 25, 26 e 27.

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (24)$$

onde

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sen\alpha + \cos\alpha) \quad (25)$$

e para a flexão simples,

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (26)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

em que b_w é a menor largura da seção; d é a altura útil da seção; s é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw} ; f_{ywd} é a tensão da armadura transversal passiva, limitada ao valor de f_{yd} no caso de estribos, $0,7 \cdot f_{yd}$ no caso de barras dobradas ou 435 MPa; α é o ângulo de inclinação da armadura transversal.

2.3.3.1. Armadura mínima

De acordo com o item 17.4.1.1.1, da ANBT NBR 6118:2014, todos os elementos lineares submetidos a força cortante, salvo exceções, devem conter armadura transversal mínima com taxa geométrica dada pela Equação 28.

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (28)$$

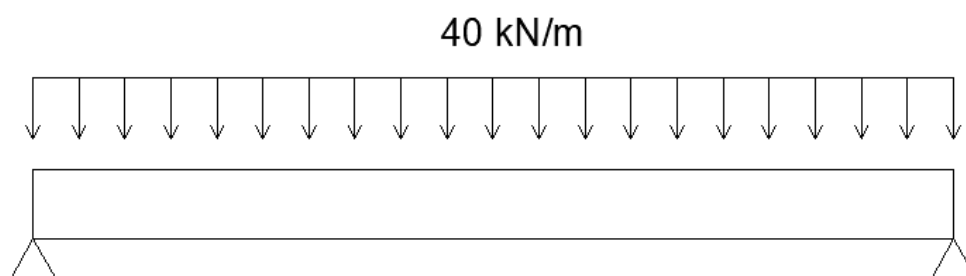
em que A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos; s é o espaçamento entre estribos; α é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento; b_w é a largura média da alma; f_{ywk} é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal e $f_{ct,m}$ é resistência média do concreto à tração.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia foi dividida em quatro grandes etapas: Dimensionamento da viga, dimensionamento dos modelos de treliça, análise estrutural dos modelos de treliça e comparações. Os *softwares* que auxiliaram no processo foram o Excel, AutoCad e o Ftool.

Inicialmente, foi definido o objeto de estudo neste trabalho, que foi uma viga bi apoiada de seção retangular com vão igual 4,0 m e submetida ao carregamento distribuído de 40 kN/m, conforme ilustra Figura 16.

Figura 16 – Ilustração da viga em estudo



Fonte: Autoria própria (2021)

Com auxílio de planilha eletrônica e da ABNT NBR 6118, foi feito o dimensionamento da viga para a seção mais solicitada. Desse dimensionamento, resultaram as características geométricas da seção, tais como largura, altura, braço de alavanca z , altura útil e profundidade da linha neutra x ; a área de aço da armadura longitudinal; a área da armadura transversal; área mínima da armadura transversal e o espaçamento S entre estribos.

Logo em seguida, a viga foi seccionada em faixas de igual tamanho e foi realizado o dimensionamento para cada seção. Neste dimensionamento, cada seção da viga apresentou áreas das armaduras e valores de z e x variáveis.

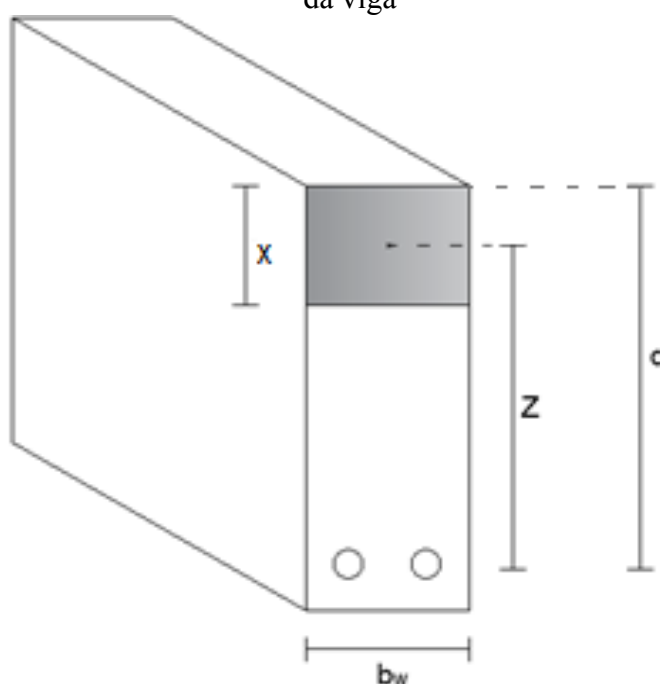
Por meio dos dados obtidos no dimensionamento, foi definido como trecho crítico da viga, o trecho que apresentará área de aço da armadura transversal maior que a área mínima estabelecida em norma ($A_{sw} > A_{sw,min}$).

Através do valor de x obtido nos dois dimensionamentos, foi estimada a área de concreto comprimido A_{cc} das seções transversais da viga. Uma seção transversal genérica está ilustrada na Figura 17. Essa área foi obtida através do produto entre a largura b_w da viga e a profundidade da linha neutra, x . Sendo x dado pela Equação 10.

Através dos valores de z obtidos nos dimensionamentos e usando a Equação 16 para θ igual a 45° , foi obtido a área de concreto comprimido entre fissuras (a_c).

Usando o *Software* Ftool, foram obtidas treliças de Morsch associadas a viga em estudo. Foram desenvolvidos quatro modelos de treliças. Os primeiros dois modelos apresentaram espaçamento a_c entre diagonais, igual ao espaçamento S entre estribos, sendo que o Modelo 1 apresentou z constante e o Modelo 2 apresentou z variável. Os dois últimos modelos apresentaram espaçamento entre diagonais igual ao valor constante de z . O Modelo 3 e o Modelo 4 apresentaram braço de alavanca constante e variável, respectivamente. As características dos modelos de treliça dimensionados nesse trabalho estão resumidas na Tabela 1.

Figura 17 – Ilustração da área de concreto comprimido A_{cc} numa seção transversal genérica da viga



Fonte: Autoria própria (2021)

Tabela 1 – Características dos modelos de treliça dimensionados no trabalho

Modelo da treliça	Espaçamento a_c	Valor de z	Inclinação θ das diagonais comprimidas
1	S	Constante	$> 45^\circ$
2	S	Variável	Variável
3	z	Constante	$\cong 45^\circ$
4	z	Variável	Variável

Fonte: Autoria própria (2021)

Conforme a teoria das treliças desenvolvidas por Morsch, o banzo superior foi equivalente ao concreto comprimido da seção transversal; o banzo inferior foi equivalente a

armadura longitudinal; as diagonais comprimidas foram associadas ao concreto comprimido entre fissuras e as diagonais tracionadas foram associadas a armadura transversal.

Após obtidos os modelos de treliça, os modelos 2 e 4 serão comparados aos modelos 1 e 3, respectivamente. Nessa análise, os modelos de treliça com z constante foram considerados como referência.

De maneira complementar, cada modelo de treliça teve os esforços nas diagonais tracionadas comparados com os respectivos esforços cortantes na viga. Nessa análise, os esforços da viga foram considerados como referência.

A variação entre os modelos de treliça e entre os modelos de treliça e viga foram ponderadas pelos coeficientes minoradores de resistência do aço e concreto, usados na ABNT NBR 6118:2014 para combinação normal. Na análise, foi considerado o modelo mais conservador aquele que apresentar os maiores esforços solicitantes.

4. ANÁLISES E RESULTADOS

Nesse capítulo são mostrados os principais resultados obtidos no desenvolvimento desse trabalho. Após a apresentação dos resultados, foram feitas as análises.

4.1. Dimensionamento da Viga

Através do dimensionamento, foram obtidas as características geométricas da seção transversal da viga, a área de aço da armadura longitudinal, a área de aço da armadura transversal e o espaçamento entre os estribos. Esses resultados estão resumidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultado do dimensionamento

Características geométricas da seção transversal	Largura (b_w)	15 cm
	Altura (h)	40 cm
	Altura útil (d)	35,5 cm
	Braço de alavanca (z)	29,56 cm
	Profundidade da linha neutra (x)	14,86 cm
	Área de concreto comprimido (A_{cc})	222,91 cm ²
	Cobrimento (c)	3 cm
	Área (A_s)	8,72 cm ²
Armadura longitudinal	Área (A_{sw})	4,37 cm ² /m
	Área ($A_{sw,min}$)	1,93 cm ² /m
	Espaçamento (S)	20 cm

Fonte: Autoria própria (2021)

As Tabelas 3 e 4, mostram os resultados obtidos no dimensionamento das seções espaçadas a 20 cm e 28,57 cm, respectivamente. Analisando as colunas referentes a área de aço da armadura transversal e a área mínima de aço correspondente, o trecho crítico da viga fica definido como de 0,0m até 0,60 m e de 3,40 até 4,00 m para a Tabela 3 e fica definido como 0,00m até 0,57 m e de 3,43 m até 4,00 m para a Tabela 4. Nesses trechos, os esforços cortantes solicitantes foram mais intensos, se comparado com os trechos não críticos. Nesse trabalho foi admitido que solicitações no trecho não crítico são equilibradas pela armadura mínima de aço.

Tabela 3 – Dimensionamento da viga em seções de 20 cm

L (m)	Dimensionamento à Flexão				Dimensionamento ao Cisalhamento		
	M (Kn.m)	x (cm)	Z (cm)	A_s (cm ²)	V (kN)	A_{sw} (cm ² /m)	S (cm)
0,0	0,00	0,000	35,50	0,98	80,00	4,37	20
0,2	15,20	2,417	34,53	1,42	72,00	3,56	20
0,4	28,80	4,704	33,62	2,76	64,00	2,76	20
0,6	40,80	6,837	32,77	4,01	56,00	1,95	20
0,8	51,20	8,789	31,98	5,15	48,00	1,93	20
1,0	60,00	10,528	31,29	6,17	40,00	1,93	20
1,2	67,20	12,021	30,69	7,05	32,00	1,93	20
1,4	72,80	13,232	30,21	7,76	24,00	1,93	20
1,6	76,80	14,126	29,85	8,28	16,00	1,93	20
1,8	79,20	14,675	29,63	8,61	8,00	1,93	20
2,0	80,00	14,861	29,56	8,72	0,00	1,93	20
2,2	79,20	14,675	29,63	8,61	-8,00	1,93	20
2,4	76,80	14,126	29,85	8,28	-16,00	1,93	20
2,6	72,80	13,232	30,21	7,76	-24,00	1,93	20
2,8	67,20	12,021	30,69	7,05	-32,00	1,93	20
3,0	60,00	10,528	31,29	6,17	-40,00	1,93	20
3,2	51,20	8,789	31,98	5,15	-48,00	1,93	20
3,4	40,80	6,837	32,77	4,01	-56,00	1,95	20
3,6	28,80	4,704	33,62	2,76	-64,00	2,76	20
3,8	15,20	2,417	34,53	1,42	-72,00	3,56	20
4,0	0,00	0,000	35,50	0,98	-80,00	4,37	20

Fonte: Autoria própria (2021)

Tabela 4 – Dimensionamento da viga em seções de 28,57 cm

L (m)	Dimensionamento à Flexão				Dimensionamento ao Cisalhamento		
	M (Kn. m)	x (cm)	Z (cm)	A_s (cm ²)	V (kN)	A_{sw} (cm ² /m)	S (cm)
0,00	0,00	0,000	35,50	0,98	80,00	4,37	20
0,29	21,22	3,414	34,13	2,00	68,57	3,22	20
0,57	39,18	6,542	32,88	3,84	57,14	2,07	20
0,86	53,88	9,309	31,78	5,46	45,71	1,93	20
1,14	65,31	11,622	30,85	6,82	34,29	1,93	20
1,43	73,47	13,379	30,15	7,85	22,86	1,93	20
1,71	78,37	14,484	29,71	8,49	11,43	1,93	20
2,00	80,00	14,861	29,56	8,72	0,00	1,93	20
2,29	78,37	14,484	29,71	8,49	-11,43	1,93	20
2,57	73,47	13,379	30,15	7,85	-22,86	1,93	20
2,86	65,31	11,622	30,85	6,82	-34,29	1,93	20
3,14	53,88	9,309	31,78	5,46	-45,71	1,93	20
3,43	39,18	6,542	32,88	3,84	-57,14	2,07	20
3,71	21,22	3,414	34,13	2,00	-68,57	3,22	20
4,00	0,00	0,000	35,50	0,98	-80,00	4,37	20

Fonte: Autoria própria (2021)

4.2. Dimensionamento Das Treliças

4.2.1. Modelo 1

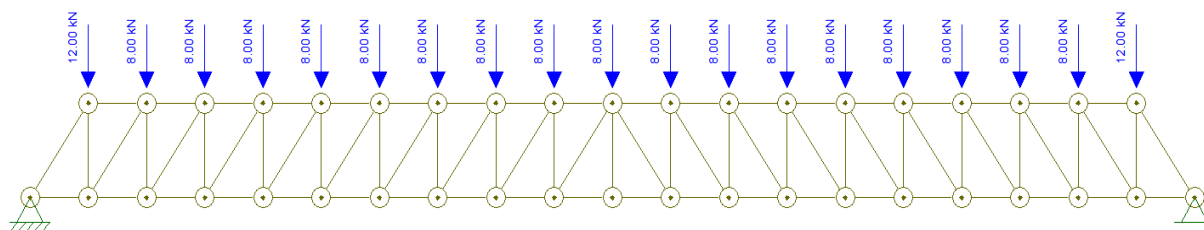
Através dos dados contidos na Tabela 2 e da Equação 16, foi possível dimensionar o Modelo 1 da treliça. As áreas transversais do banzo inferior, do banzo superior, da diagonal comprimida e da diagonal tracionada; o espaçamento entre diagonais e o valor de z são mostrados na Tabela 5. A representação gráfica do Modelo 1 é mostrada na Figura 18.

Tabela 5 – Dimensionamento do Modelo 1 da treliça

Banzo inferior (cm^2)	8,72
Banzo superior (cm^2)	222,91
Diagonal tracionada (cm^2)	0,39
Diagonal comprimida (cm^2)	313,48
Espaçamento entre diagonais (cm)	20,00
Z (cm)	29,56

Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 18 – Treliça: Modelo 1



Fonte: Autoria própria (2021)

4.2.2. Modelo 2

Usando a Equação 16 e os resultados obtidos na Tabela 3, foi possível dimensionar o Modelo 2 de treliça. A Tabela 6 mostra os valores da área do banzo superior, do banzo inferior, das diagonais comprimidas e das diagonais tracionadas ao longo do comprimento longitudinal seccionado a cada 20 cm.

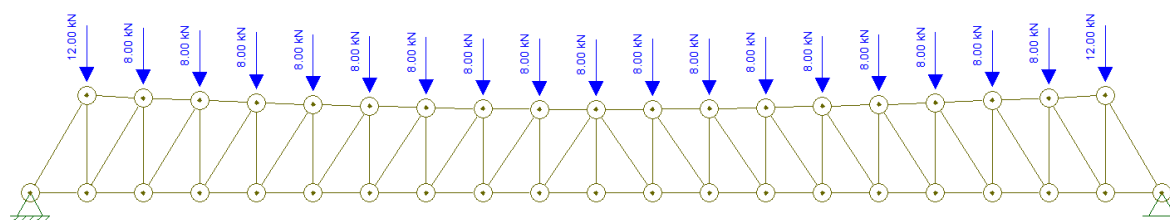
A representação gráfica do Modelo 2 da treliça, modelada através do Ftool, é mostrado na Figura 19.

Tabela 6 – Áreas das seções transversais do Modelo 2

L (m)	Banzo superior (cm²)	Diagonal comprimida (cm²)	Banzo inferior (cm²)	Diagonal tracionada (cm²)
0,0	0,004	212,127	0,984	0,393
0,2	36,252	212,127	1,417	0,393
0,4	70,553	212,127	2,758	0,393
0,6	102,551	212,127	4,010	0,393
0,8	131,832	212,127	5,154	0,393
1,0	157,925	212,127	6,175	0,393
1,2	180,317	212,127	7,050	0,393
1,4	198,474	212,127	7,760	0,393
1,6	211,888	212,127	8,285	0,393
1,8	220,130	212,127	8,607	0,393
2,0	222,911	212,127	8,716	0,393
2,2	220,130	212,127	8,607	0,393
2,4	211,888	212,127	8,285	0,393
2,6	198,474	212,127	7,760	0,393
2,8	180,317	212,127	7,050	0,393
3,0	157,925	212,127	6,175	0,393
3,2	131,832	212,127	5,154	0,393
3,4	102,551	212,127	4,010	0,393
3,6	70,553	212,127	2,758	0,393
3,8	36,252	212,127	1,417	0,393
4,0	0,004	212,127	0,984	0,393

Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 19 – Ilustração do Modelo 2 de treliça



Fonte: Autoria própria (2021)

4.2.3. Modelo 3

Através dos dados contidos na Tabela 2 e da Equação 16, foi possível dimensionar o Modelo 3 da treliça. Esse modelo difere do Modelo 1 em relação ao espaçamento entre as diagonais, que passa a ser um valor muito próximo do valor de z .

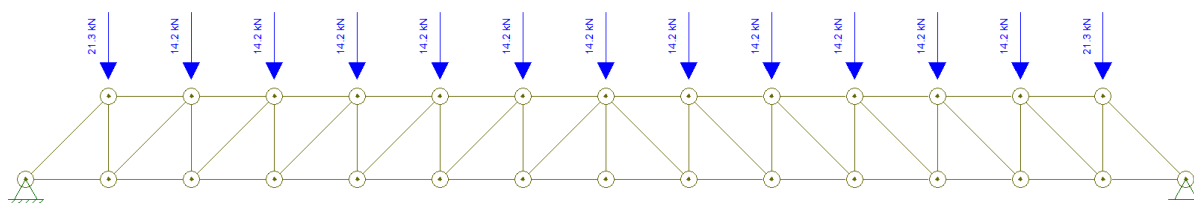
As áreas transversais do banzo inferior, do banzo superior, da diagonal comprimida e da diagonal tracionada; o espaçamento entre diagonais e o valor de z são mostrados na Tabela 7. A representação gráfica do Modelo 3 é mostrada na Figura 20.

Tabela 7 – Dimensionamento do Modelo 3 da treliça

Banzo inferior (cm^2)	8,72
Banzo superior (cm^2)	222,91
Diagonal tracionada (cm^2)	0,39
Diagonal comprimida (cm^2)	313,48
Espaçamento entre diagonais (cm)	28,57
Z (cm)	29,56

Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 20 – Ilustração do Modelo 3 de treliça



Fonte: Autoria própria (2021)

4.2.4. Modelo 4

Usando a Equação 16 e os resultados obtidos na Tabela 4, foi possível dimensionar o Modelo 4 de treliça. A Tabela 8 mostra os valores da área do banzo superior, do banzo inferior, das diagonais comprimidas e das diagonais tracionadas ao longo do comprimento longitudinal seccionado a cada 28,57 cm.

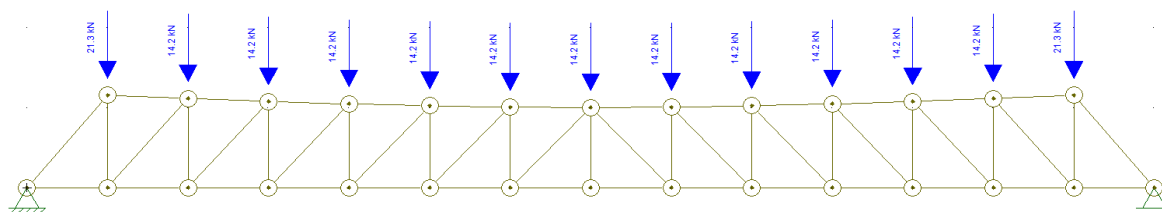
A representação gráfica do Modelo 4 da treliça, modelada através do Ftool, é mostrado na Figura 21.

Tabela 8 – Áreas das seções transversais do Modelo 4

L (m)	Banzo superior (cm ²)	Diagonal comprimida (cm ²)	Banzo inferior (cm ²)	Diagonal tracionada (cm ²)
0,000	0,004	303,039	0,984	0,393
0,286	51,210	303,039	2,002	0,393
0,571	98,136	303,039	3,837	0,393
0,857	139,634	303,039	5,460	0,393
1,143	174,328	303,039	6,816	0,393
1,429	200,692	303,039	7,847	0,393
1,714	217,253	303,039	8,495	0,393
2,000	222,911	303,039	8,716	0,393
2,286	217,253	303,039	8,495	0,393
2,571	200,692	303,039	7,847	0,393
2,857	174,328	303,039	6,816	0,393
3,143	139,634	303,039	5,460	0,393
3,429	98,136	303,039	3,837	0,393
3,714	51,210	303,039	2,002	0,393
4,000	0,004	303,039	0,984	0,393

Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 21– Ilustração do Modelo 4 de treliça

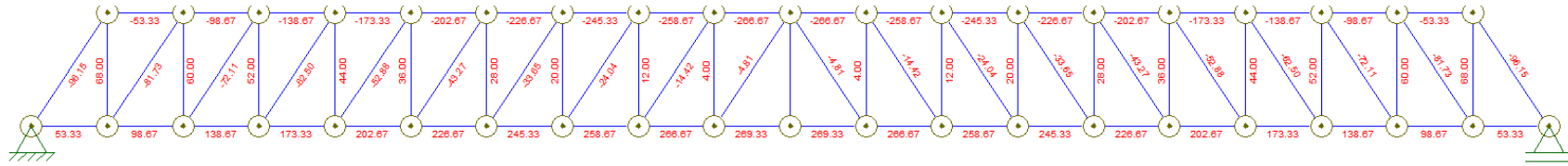


Fonte: Autoria própria (2021)

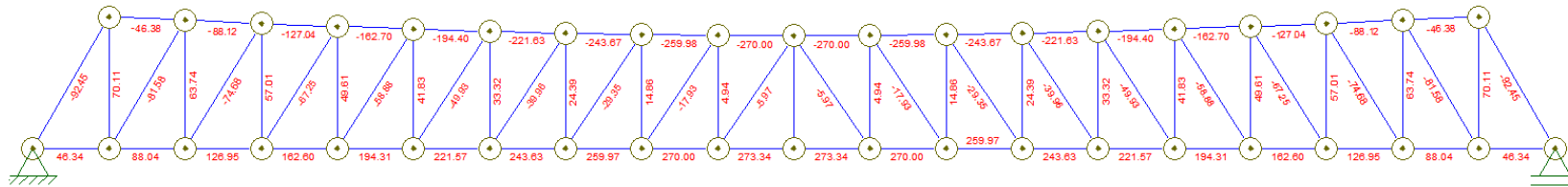
4.3. Análise Estrutural

Através do *software* Ftool, foi possível obter as solicitações em cada diagonal da treliça. A Figura 22 mostra o diagrama de esforços nos modelos de treliças. As Tabelas 9 e 10 mostram a comparação entre os esforços atuantes nas diagonais dos Modelos 1 e 2 e entre os Modelos 3 e 4, respectivamente.

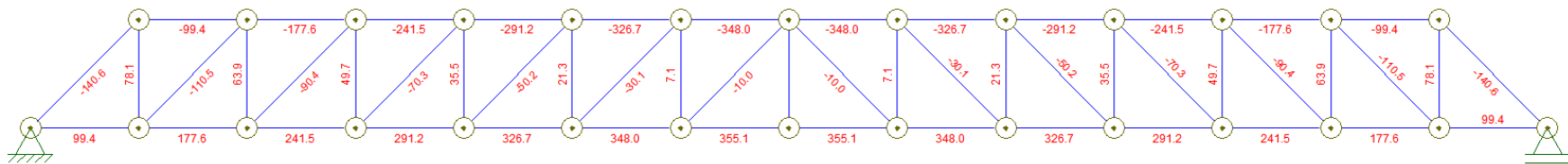
Figura 22 – Diagrama de Esforço Normal dos quatro modelos de treliça



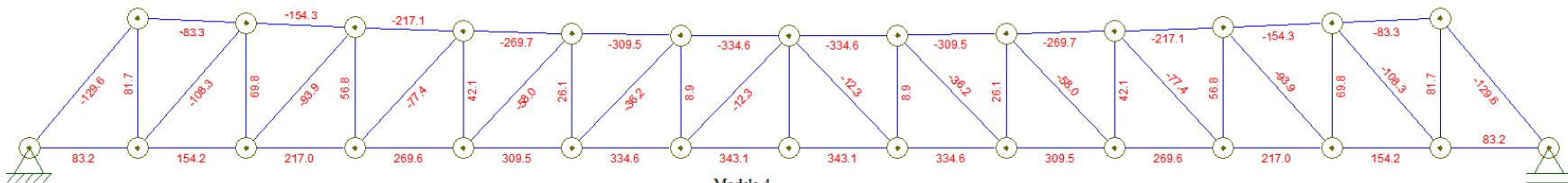
Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3



Modelo 4

Fonte: Autoria própria (2021)

Nos modelos, as áreas da seção transversal da diagonal tracionada e da diagonal comprimida são constantes. Dessa forma, nas Tabelas 9 e 10, foi feita a simplificação de substituir a tensão em kN/cm^2 pelo esforço em kN obtidos no diagrama de esforço normal da Figura 20.

Tabela 9 – Comparação dos esforços nas diagonais entre Modelo 1 e Modelo 2

L(m)	Diagonais Comprimidas			Diagonais Tracionadas		
	Modelo 1	Modelo 2	Variação (%)	Modelo 1	Modelo 2	Variação (%)
0,00 - 0,20	-96,15	-92,45	-3,85%	68,00	70,11	3,10%
0,20 - 0,40	-81,73	-81,58	-0,18%	60,00	63,74	6,23%
0,40 - 0,60	-72,11	-74,58	3,43%	52,00	57,01	9,63%
0,60 - 0,80	-62,5	-67,25	7,60%	44,00	49,61	12,75%
0,80 - 1,00	-52,88	-58,88	11,35%	36,00	41,83	16,19%
1,00 - 1,20	-43,27	-49,93	15,39%	28,00	33,32	19,00%
1,20 - 1,40	-33,65	-39,98	18,81%	20,00	24,39	21,95%
1,40 - 1,60	-24,04	-29,35	22,09%	12,00	14,86	23,83%
1,60 - 1,80	-14,42	-17,93	24,34%	4,00	4,94	23,50%
1,80 - 2,00	-4,81	-5,97	24,12%	0,00	0,00	-
2,00 - 2,20	-4,81	-5,97	24,12%	4,00	4,94	23,50%
2,20 - 2,40	-14,42	-17,93	24,34%	12,00	14,86	23,83%
2,40 - 2,60	-24,04	-29,35	22,09%	20,00	24,39	21,95%
2,60 - 2,80	-33,65	-39,98	18,81%	28,00	33,32	19,00%
2,80 - 3,00	-43,27	-49,93	15,39%	36,00	41,83	16,19%
3,00 - 3,20	-52,88	-58,88	11,35%	44,00	49,61	12,75%
3,20 - 3,40	-62,5	-67,25	7,60%	52,00	57,01	9,63%
3,40 - 3,60	-72,11	-74,58	3,43%	60,00	63,74	6,23%
3,60 - 3,80	-81,73	-81,58	-0,18%	68,00	70,11	3,10%
3,80 - 4,00	-96,15	-92,45	-3,85%	-	-	-

Fonte: Autoria própria (2021)

Na Tabela 9, em relação as diagonais comprimidas, o modelo 2 apresenta esforços que variam entre -3,85 % e 24,34 %. Sendo que nas seções críticas o Modelo 2 apresentou esforços até 3,85 % menores que o Modelo 1. Nas seções não críticas, o Modelo 2 apresentou esforços entre 7,60% até 24,34% maiores que o Modelo 1. Dessa forma, através da análise das diagonais

comprimidas nos trechos críticos, o Modelo 1 se mostrou mais conservativo em relação ao Modelo 2.

Em relação as diagonais tracionadas, o Modelo 2 apresentou esforços que foram entre 3,10 % até 23,83 % maiores que os esforços obtidos no Modelo 1. Nas seções críticas, o Modelo 2 apresentou esforços até 12,75% maiores que o Modelo 1. Dessa forma, através da análise das diagonais tracionadas nos trechos críticos, o Modelo 2 se mostra mais conservativo em relação ao Modelo 1.

Tabela 10 – Comparação dos esforços nas diagonais entre Modelo 3 e Modelo 4

L(m)	Diagonais Comprimidas			Diagonais Tracionadas		
	Modelo 3	Modelo 4	Variação (%)	Modelo 3	Modelo 4	Variação (%)
0,000 - 0,286	-140,6	-129,6	-7,82%	78,1	81,7	4,61%
0,286 - 0,571	-110,5	-108,3	-1,99%	63,9	69,8	9,23%
0,571 - 0,857	-90,4	-93,6	3,54%	49,7	56,8	14,29%
0,857 - 1,143	-70,3	-77,4	10,10%	35,5	42,1	18,59%
1,143 - 1,429	-50,2	-58	15,54%	21,3	26,1	22,54%
1,429 - 1,714	-30,1	-36,2	20,27%	7,1	8,9	25,35%
1,714 - 2,000	-10,0	-12,3	23,00%	0,0	0,0	-
2,000 - 2,286	-10,0	-12,3	23,00%	7,1	8,9	25,35%
2,286 - 2,571	-30,1	-36,2	20,27%	21,3	26,1	22,54%
2,571 - 2,857	-50,2	-58	15,54%	35,5	42,1	18,59%
2,857 - 3,143	-70,3	-77,4	10,10%	49,7	56,8	14,29%
3,143 - 3,429	-90,4	-93,6	3,54%	63,9	69,8	9,23%
3,429 - 3,714	-110,5	-108,3	-1,99%	78,1	81,7	4,61%
3,714 - 4,000	-140,6	-129,6	-7,82%	-	-	-

Fonte: Autoria própria (2021)

Na Tabela 10, em relação as diagonais comprimidas, o Modelo 4 apresentou variação de esforços entre -7,82% até 23,00% em relação ao Modelo 3. Sendo no trecho não crítico, os esforços foram entre 3,54% até 23,00% maiores que o Modelo 3. Nos trechos críticos, os esforços apresentados foram entre 1,99% e 7,82% menores que o modelo 3.

Ainda na Tabela 10, em relação as diagonais tracionadas, o Modelo 4 resultou em esforços entre 4,61% e 25,35% maiores que o Modelo 3. Nos trechos críticos o Modelo 4 apresentou esforços até 9,23% maiores em relação ao Modelo 3.

Nessa análise entre os modelos, pode-se afirmar em relação as diagonais tracionadas que os modelos que levam em consideração a variação da profundidade da linha neutra e, conseqüentemente, a variação de z são modelos mais conservativos, uma vez que entregam esforços solicitantes até 14,29% maiores que os modelos tradicionais, nas seções críticas.

Entretanto, a análise feita não mostra se os modelos retornam esforços solicitantes maiores ou menores que os esforços presentes na viga. Sendo assim, a Tabela 11 e a Tabela 12 mostram a comparação entre os modelos 1 e 2 e viga e a entre os modelos 3 e 4 e viga, respectivamente.

Tabela 11 – Comparação entre os Modelos 1 e 2 e a Viga

L (m)	Viga	Modelo 1	Variação (%) Viga-Modelo1	Modelo 2	Variação (%) Viga-Modelo2
0,20	72,00	68,00	-5,56%	70,11	-2,63%
0,40	64,00	60,00	-6,25%	63,74	-0,41%
0,60	56,00	52,00	-7,14%	57,01	1,80%
0,80	48,00	44,00	-8,33%	49,61	3,35%
1,00	40,00	36,00	-10,00%	41,83	4,58%
1,20	32,00	28,00	-12,50%	33,32	4,13%
1,40	24,00	20,00	-16,67%	24,39	1,63%
1,60	16,00	12,00	-25,00%	14,86	-7,13%
1,80	8,00	4,00	-50,00%	4,94	-38,25%
2,00	0,00	0,00	-	0,00	-
2,20	8,00	4,00	-50,00%	4,94	-38,25%
2,40	16,00	12,00	-25,00%	14,86	-7,13%
2,60	24,00	20,00	-16,67%	24,39	1,63%
2,80	32,00	28,00	-12,50%	33,32	4,13%
3,00	40,00	36,00	-10,00%	41,83	4,58%
3,20	48,00	44,00	-8,33%	49,61	3,35%
3,40	56,00	52,00	-7,14%	57,01	1,80%
3,60	64,00	60,00	-6,25%	63,74	-0,41%
3,80	72,00	68,00	-5,56%	70,11	-2,63%

Fonte: Autoria própria (2021)

Analisando a Tabela 11, é observado que o Modelo 1 apresentou esforços nas diagonais tracionadas entre 5,56% e 50,00% inferior aos esforços equivalentes da viga. Nos trechos críticos, o Modelo 1 apresentou esforços até 7,14% menores que a viga. Por sua vez, o Modelo

2 apresentou esforços nas diagonais tracionadas variando entre -38,25% e 4,58%. Nos trechos críticos, o Modelo 2 apresenta esforços que variam 2,63% menores até 1,80% maior que a viga.

Embora no primeiro momento, o fato dos modelos apresentarem nas seções críticas esforços até 7,14% menores em relação a viga, no dimensionamento, a ABNT NBR 6118 utiliza o coeficiente de minoração das resistências para o aço igual à 1,15, o que faz com que a resistência considerada no dimensionamento seja 85% do valor real. Logo, essa variação de até -7,14% nos trechos críticos está dentro da folga de 15% implicitamente estipulada na norma. Em relação ao trecho não crítico, é de conhecimento que esse trecho está submetido a pequenos esforços. Logo, a área de armadura mínima e os coeficientes de segurança são suficientes para contrabalancear as variações apresentadas de até 50%.

Tabela 12 – Comparação entre os Modelo 3 e 4 e a Viga

L(m)	Viga	Modelo 3	Variação (%) Viga-Modelo 3	Modelo 4	Variação (%) Viga-Modelo 4
0,29	68,6	78,1	13,85%	81,7	19,10%
0,57	57,1	63,9	11,91%	69,8	22,24%
0,86	45,7	49,7	8,75%	56,8	24,29%
1,14	34,3	35,5	3,50%	42,1	22,74%
1,43	22,9	21,3	-6,99%	26,1	13,97%
1,71	11,4	7,1	- 37,72%	8,9	-21,93%
2,00	0,0	0,0	-	0,0	-
2,29	11,4	7,1	- 37,72%	8,9	-21,93%
2,57	22,9	21,3	- 6,99%	26,1	13,97%
2,86	34,3	35,5	3,50%	42,1	22,74%
3,14	45,7	49,7	8,75%	56,8	24,29%
3,43	57,1	63,9	11,91%	69,8	22,24%
3,71	68,6	78,1	13,85%	81,7	19,10%

Fonte: Autoria própria (2021)

Analisando a Tabela 12, o Modelo 3 apresentou nos trechos críticos, esforços que são entre 8,75% até 13,85% maiores que os respectivos esforços na Viga. Nas Zonas não críticas, o modelo apresentou esforços até 37,72% menores que os respectivos esforços na viga. Embora, no primeiro momento, essa variação de até -37,72% não seja considerada conservadora, ela ocorre no trecho não crítico, que é pouco solicitado. Dessa forma, admite-se que essa diferença seja absorvida pela armadura mínima estabelecida em norma.

Por sua vez, o Modelo 4 apresentou esforços que são entre 13,97% até 19,10% maiores que os respectivos esforços na viga ao longo de todo o comprimento longitudinal, exceto no trecho de 1,71m até 2,29 m. Nesse trecho, o Modelo 4 apresentou esforços até 21,93% menor que os respectivos esforços na viga. No trecho crítico, o Modelo 4 apresenta esforços até 22,24% maiores em relação a viga, o que faz com que ele seja considerado mais conservador se comparado ao Modelo 3, que apresentou esforços até 13,85% maiores em relação a viga na seção crítica.

Assim como no Modelo 3, embora no primeiro momento, essa variação na seção não crítica de até -21,93% não seja considerada conservadora, ela acontece num setor pouco solicitado. Admite-se que esse desvio seja contrabalanceado pela área mínima de aço estabelecida na norma brasileira.

Analisando as variações percentuais nas Tabelas 11 e 12, pode-se observar que entre os modelos de treliças analisados, o Modelo 4 retorna os maiores esforços solicitantes nas seções críticas, até 14,29% maiores se comparado ao Modelo 3 e até 22,24% se comparado com a viga. Portanto, sendo o modelo mais conservador. Embora, não seja o modelo cuja configuração garantirá maior economia de materiais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No trabalho foram desenvolvidos quatro modelos de treliças associadas a viga em estudo e foi feita a comparação entre eles. Em relação aos modelos de treliça cujo espaçamento entre diagonais foi igual a S , o modelo que levou em consideração a variação do valor de z (Modelo 2) ao longo do comprimento longitudinal se mostrou mais conservador que o modelo que considerou o valor de z constante (Modelo 1), pois apresentou esforços até 12,75% maiores que os esforços obtidos na análise estrutural da seção crítica do Modelo 1.

Com base nos dados obtidos, foi observado que o Modelo 1 apresentou θ maior que os 45° estipulados pela norma brasileira, que utiliza a Treliça de Mörsch como base no dimensionamento ao cisalhamento de vigas. Dessa forma, foi dimensionado dois outros modelos cujo espaçamento entre diagonais era igual ao z constante, de forma que o valor de θ de um dos modelos estivesse próximo a 45°.

Mais uma vez, o modelo que levou em consideração a variação do valor de z (Modelo 4) ao longo do comprimento longitudinal se mostrou mais conservador, em relação ao modelo que considerava z constante (Modelo 3), pois apresentou esforços até 14,29% maiores que os esforços obtidos na análise estrutural da seção crítica do Modelo 3.

Dessa forma, pode-se afirmar que para os modelos analisados no presente trabalho, os modelos que levaram em consideração a variação da linha neutra e, conseqüentemente, levaram em conta a variação do braço de alavanca ao longo do comprimento longitudinal foram mais conservadores se comparados com os modelos que não levaram em consideração a variação de z .

Foi feita a comparação entre os quatro modelos de treliça e a viga em estudo. Foi observado que nas seções críticas, o Modelo 1 apresentou esforços até 7,14% menores que os esforços correspondentes da viga; o Modelo 2 apresentou esforços até 1,80% maiores se comparado a viga; o Modelo 3 apresentou esforços até 13,85% maiores se comparado aos esforços da viga e o Modelo 4 apresentou esforços até 22,24% maiores que os esforços correspondentes da viga. Sendo assim, o Modelo 4 foi aquele que entre os modelos analisados se mostrou mais conservador.

Comparando os resultados do Modelo 1 e do Modelo 3 descrito no parágrafo anterior, pode-se inferir que a configuração cujo θ for maior que 45° gerou um arranjo menos eficiente em relação as configurações cujo θ está próximo a 45°.

Nas seções não críticas, a variação de esforços entre estes os modelos em relação a viga foram de até 50,00% e foram contrabalanceadas pela armadura mínima e por coeficientes de segurança definidos na norma.

5.1 Propostas para trabalhos futuros

Como sugestão para continuação da pesquisa em questão, pode-se citar o desenvolvimento e a análise entre modelos de treliça com ângulo θ variando entre 30° e 45°; modelos com α variando entre 45° e 90°; modelos para viga de seção T e modelos usando concreto classe II, todos levando em consideração o z constante e o z variável. Além de estudos de casos em que ocorre a variação das intensidades das cargas e do vão da viga, para que se analise o comportamento dos modelos de treliça associados.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, M. José. **Curso de Concreto Armado**. 3ª Ed. Rio Grande: Editora Dunas, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro. 2014

BASTOS, P. S. S., **Flexão Normal Simples – Vigas**. Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Faculdade de Engenharia. Bauru, SP. 2015. Disponível em: <<https://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/FlexaoSimples.pdf>> Acesso em: 20 de março de 2021.

CARVALHO, C. Robert; FILHO, F. R. Jasson. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo NBR 6118:2014**. 4ª Ed. São Paulo: Edufscar, 2014.

LEONHARDT, Fitzs. **On the reduction of shear reinforcement as derived from the Stuttgart shear tests 1961 – 1963**. International Association for Bridge and Structural Engineering. Zurich. P 323- 345, 1964. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5169/seals-7972>>

MÖRSCH, Emil. **Concrete-Steel Construction**. The Engineering News Published Company. New York. 1910. Disponível em: <<https://archive.org/details/concretesteelco00unkngoog/page/n6/mode/2up>>

PFEIL, Walter. **Concreto Armado**. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1978.

PINHEIRO, M. Libânio. **Fundamentos do Concreto e Projetos de Edifício**. São Carlos, 2007.

THOMAZ, E. C. S. **Treliça de Mörsch – Comentários**. Disponível em: <http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/moersch/trelica_comentarios.pdf>